

9. Übungsblatt

Abgabe: 11. Juni 2019, 10:00 Uhr, Briefkasten 123

Aufgabe 16 (Verbundene Blockpläne)

Rekapitulieren Sie die Inzidenz-Matrizen von Aufgabe 15 des achten Übungsblattes:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Welche der zugehörigen Blockpläne sind verbundene Versuchspläne? Begründen Sie ihre Antwort!

Aufgabe 17 (Kontraste)

Es sei $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)^T \in \mathbb{R}^4$. Entscheiden Sie, welche der folgenden linearen Aspekte gemäß Definition 5.3.2 Kontraste sind:

- (a) $\lambda_1(\theta) = \frac{1}{3}(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4)$.
- (b) $\lambda_2(\theta) = \alpha_1 - \frac{1}{4}(\alpha_2 + \alpha_3)$.
- (c) $\lambda_3(\theta) = \left(\frac{1}{2}\alpha_1 + \frac{1}{3}\alpha_2 - \frac{5}{6}\alpha_4, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 - 2\alpha_4\right)^T$.
- (d) $\lambda_4(\theta) = (\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_1 - \alpha_3)^T$.

Aufgabe 18

Es sei d_1 ein vollständig balancierter Blockplan und d_2 ein balancierter unvollständiger Blockplan mit Inzidenz-Matrizen

$$M_1 = \left(N_{ab}(d_1)\right)_{\substack{1 \leq a \leq A \\ 1 \leq b \leq B}}, \quad M_2 = \left(N_{ab}(d_2)\right)_{\substack{1 \leq a \leq A \\ 1 \leq b \leq B}}.$$

- (a) Zeigen Sie: $M_1 + M_2$ ist die Inzidenz-Matrix eines balancierten vollständigen Blockplans.
- (b) Zeigen Sie anhand eines Gegenbeispiels: Ist d_1 ein balancierter vollständiger (aber nicht notwendigerweise vollständig balancierter!) Blockplan, so ist $M_1 + M_2$ im Allgemeinen *nicht* die Inzidenz-Matrix eines balancierten vollständigen Blockplans.