

6. Übungsblatt

Abgabe: 13. Mai 2019, 12:00 Uhr, Briefkasten 123

Aufgabe 10 (Optimale Versuchspläne im quadratischen Regressionsmodell)

Betrachten Sie erneut das quadratische Regressionsmodell aus Aufgabe 2 vom ersten Übungsblatt, das heißt:

$$Y_n = \mu + \theta_1 t_n + \theta_2 t_n^2 + Z_n, \quad \theta = (\mu, \theta_1, \theta_2)^T.$$

Es sei $\mathcal{T} = [-1, 1]$ und der verallgemeinerte Versuchsplan δ^* sei gegeben durch

$$\delta^* = \frac{1}{3} (e_{-1} + e_0 + e_1).$$

Schließlich sei $\Delta \ni \delta^*$ eine konvexe Teilmenge von Δ_θ dergestalt, dass die Voraussetzungen der Äquivalenzsätze aus Kapitel 3.3 der Vorlesung erfüllt sind.

- Zeigen Sie, dass δ^* ein D_θ -optimaler Versuchsplan in Δ ist.
- Zeigen Sie ferner, dass δ^* *nicht* A_θ -optimal in Δ sein kann.
- Untersuchen Sie, ob δ^* U_θ -optimal ist Δ ist.
- Bestimmen Sie einen A_θ -optimalen Versuchsplan in Δ .

Hinweis: Verwenden Sie den Ansatz

$$\delta = a e_{-1} + (1 - 2a) e_0 + a e_1, \quad a \in [0, 1],$$

und bestimmen Sie a mittels des Äquivalenzsatzes 3.3.9, Teil c).

Vergessen Sie nicht, anschließend die Bedingung aus Teil b) zu überprüfen!

Aufgabe 11 (Optimale Versuchspläne im multiplen Regressionsmodell)

Zeigen Sie für das multiple Regressionsmodell (vergleiche Aufgabe 1 vom ersten Übungsblatt)

$$Y_n = \mu + \theta_1 \tau_{1n} + \theta_2 \tau_{2n} + Z_n, \quad \theta = (\mu, \theta_1, \theta_2)^T,$$

mit Versuchsregion $\mathcal{T} = [-1, 1] \times [-1, 1]$, dass der Versuchsplan

$$\delta^* = \frac{1}{4} (e_{(-1,-1)} + e_{(-1,1)} + e_{(1,-1)} + e_{(1,1)})$$

A_θ - und D_θ -optimal in Δ ist. Gilt dies auch für das multiple Regressionsmodell mit Wechselwirkung, das heißt

$$Y_n = \mu + \theta_1 \tau_{1n} + \theta_2 \tau_{2n} + \theta_{12} \tau_{1n} \tau_{2n} + Z_n?$$