

10. Übungsblatt

Abgabe: 11. Juni 2019, 10:00 Uhr, Briefkasten 123

Aufgabe 19 (g-Inverse in Kapitel 5.4)

Rekapitulieren Sie die Beweise von Lemma 5.4.1 und Theorem 5.4.2 aus Kapitel 5.4 zur Optimalität vollständig balancierter Blockpläne.

- (a) Zeigen Sie, dass die Matrix

$$G = \frac{A}{KB} \begin{pmatrix} 0 & 0_{A-1}^T \\ 0_{A-1} & I_{(A-1) \times (A-1)} + 1_{A-1} 1_{A-1}^T \end{pmatrix}$$

eine weitere g-Inverse von

$$I = V_{d^*}^T \omega^\perp (W_{d^*}) V_{d^*} = \frac{KB}{A} \left(I_{A \times A} - \frac{1}{A} 1_A 1_A^T \right)$$

im Falle eines vollständig balancierten Blockplans $d^* \in \Omega_{A,B,K}$ ist.

- (b) Bestimmen Sie analog zum Beweis von Lemma 5.4.1 beziehungsweise Theorem 5.4.2 $I_\lambda(d^*)$, $LI_\theta(d^*)^-$ sowie $LI_\theta(d^*)^- x(t)$ mit der g-Inversen G aus Teil (a). Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 20 (Paprikaschoten im Glashaus)

Auf der Website der Veranstaltung *Fortgeschrittene Versuchsplanung* finden Sie die Datei PEPPERS2.DAT, die dem *Handbook of Small Data Sets* von *Hand et al.* aus dem Jahre 1996 entnommen wurde. Auf Seite 23 findet sich dazu die folgende Erläuterung:

“An experiment was carried out over a two-year period to find the best treatment for growing peppers in glasshouses. Three factors were investigated, each at two levels:

Heating: standard (0) or supplementary (1)

Lighting: standard (0) or supplementary (1)

Carbon dioxide: control (0) or added CO₂ (1).

Each treatment combination requires a glasshouse compartment, and 12 compartments, divided into two blocks of 6, are available. In the first year of the experiment, all 8 treatment combinations were used. In the second year, the 5 most successful treatments from the first year were retained, and one treatment was replicated in each block.

The response was a measure of the excess of yield over costs.”

Die Ergebnisse können zudem der nachfolgenden Tabelle entnommen werden:

Heating	0	0	0	0	1	1	1	1
Lighting	0	0	1	1	0	0	1	1
CO ₂	0	1	0	1	0	1	0	1
Year 1 Block 1	11.4	13.2	10.4	-	13.7	-	12.0	12.5
Year 1 Block 2	-	8.4	6.5	6.1	10.8	9.4	-	9.1
Year 2 Block 1	-	13.7	-	-	14.6	16.5	12.8	12.9
						15.4		
Year 2 Block 2	-	10.7	-	-	10.9	10.9	9.0	10.2
							10.1	

Behandeln Sie nachfolgend die drei Behandlungsfaktoren *Heating*, *Lighting* und *Carbon dioxide*, die jeweils 2 Stufen aufweisen, als einen Behandlungsfaktor mit $8 = 2^3$ Stufen. Eine Bedingung des Experiments war, dass jeder Block nur 6 Bereiche aufweist.

- Ist der Blockplan zu den Daten aus dem Datensatz `PEPPERS2.DAT` ein balancierter unvollständiger Blockplan, insofern der Faktor Jahr vernachlässigt wird?
- Bestimmen Sie einen balancierten unvollständigen Blockplan für die obigen Versuchsbedingungen mit minimalem Stichprobenumfang N , wobei erneut der Faktor Jahr vernachlässigt werde.
Wie viele Blöcke sind dafür nötig? Falls nur 2 Blöcke pro Jahr realisiert werden können, wie viele Jahre müssen für die Durchführung des balancierten unvollständigen Blockplans eingeplant werden?