

Prof. Dr. Christine Müller
M.Sc. Dennis Malcherczyk

Robuste Statistik

Blatt 9

Aufgabe 9.1: (6 Punkte)

Betrachten Sie erneut die Daten aus Aufgabe 8.2:

$$\mathbf{y}_1 = \begin{pmatrix} 3.43 \\ 0.55 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{pmatrix} 3.77 \\ 2.22 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_3 = \begin{pmatrix} 5.56 \\ 1.36 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_4 = \begin{pmatrix} 4.07 \\ 1.4 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{y}_5 = \begin{pmatrix} 5.07 \\ 12.95 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_6 = \begin{pmatrix} 5.72 \\ 0.44 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_7 = \begin{pmatrix} 4.46 \\ 2.79 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_8 = \begin{pmatrix} 12.73 \\ 4.5 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_9 = \begin{pmatrix} 3.31 \\ 0.97 \end{pmatrix}.$$

- Plotten Sie i) die Halbraum-Tiefe und ii) die Simplex-Tiefe für ein sinnvolles (d.h. ein hinreichend feines und genügend großes) Parametergitter (mittels Heatmap, Contourplot oder ähnlichem).
- Bestimmen Sie die Halbraum- bzw. Simplex-Tiefe der Datenpunkte $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_9$. Welche Datenpunkte besitzen kleine Tiefen? Was bedeutet das?
- Bestimmen Sie den Halbraum- bzw. Simplex-Median. Die Genauigkeit der Berechnung darf der Feinheit des Gitters aus Aufgabenteil a) entsprechen.

Hinweis (1): Neben den in der Vorlesung genannten Paketen sind die Halbraum- und Simplex-Tiefe auch in der Funktion `depth` im gleichnamigen Paket implementiert.

Hinweis (2): Die Berechnung auf einem feineren Gitter kann je nach Implementierung einige Minuten dauern! Planen Sie eine Rechenzeit von fünf bis zehn Minuten für die Berechnungen aller Aufgabenteile insgesamt ein.

Aufgabe 9.2: (4 Punkte)

Betrachten Sie die Punkte

$$\mathbf{y}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix}, \mathbf{y}_5 = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie graphisch per Hand die Simplex-Tiefen bezüglich der Daten $(\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_5)$ von folgenden Punkten:

$$\text{a) } \mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ b) } \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 10.5 \end{pmatrix}, \text{ c) } \mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \end{pmatrix}, \text{ d) } \mathbf{p}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix},$$

$$\text{e) } \mathbf{p}_5 = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}, \text{ f) } \mathbf{p}_6 = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}, \text{ g) } \mathbf{p}_7 = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 7 \end{pmatrix}, \text{ h) } \mathbf{p}_8 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Begründen Sie dabei jede Berechnung, indem Sie alle möglichen Simplexe betrachten.

Hinweis: Es ist empfehlenswert zusätzlich zur Kontrolle Ihrer Berechnungen R zu verwenden.

Abgabe bis spätestens 03.06.2017.