

## Robuste Statistik

### Blatt 5

**Hinweis (1):** Bei der Berechnung des Bruchpunkts kann die Betrachtung einer oberen Schranke (ab wann tritt eine beliebige Verfälschung ein) und die Betrachtung einer unteren Schranke (bis wann kann keine beliebige Verfälschung entstehen) sinnvoll sein.

**Hinweis (2):** Lässt man die Anzahl von Beobachtungen gegen unendlich streben und besitzt die Folge von Bruchpunkten des Schätzers einen Grenzwert, so nennen wir den Grenzwert den asymptotischen Bruchpunkt. Zum Beispiel ist der asymptotische Bruchpunkt des arithmetischen Mittels 0, da  $\frac{1}{N} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} 0$  gilt.

#### Aufgabe 5.1: (4 Punkte)

In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit dem Bruchpunkt von  $p$ -Quantilen für  $p \in (0, 1)$ .

- Beweisen Sie Satz 3.4.5. aus der Vorlesung.
- Bestimmen Sie den asymptotischen Bruchpunkt des Medians, des unteren und des oberen Quartils.

#### Aufgabe 5.2: (3 Punkte)

Geben Sie eine Vermutung für den Bruchpunkt des getrimmten arithmetischen Mittels (nach Definition 3.3.8.) für allgemeines  $\beta \in (0, \frac{1}{2})$  an. Beweisen Sie Ihre Behauptung.

#### Aufgabe 5.3: (3 Punkte)

Betrachten Sie den Huber-M-Lokationsschätzer aus Aufgabe 4.2 für  $d > 0$ :

$$\rho_{Huber}(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}z^2, & |z| \leq d \\ d|z| - \frac{d^2}{2}, & |z| > d \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass für  $d > 0$  der asymptotische Bruchpunkt des Huber-M-Lokationsschätzers  $\frac{1}{2}$  ist.

**Abgabe bis spätestens 06.05.2019, 10 Uhr**