

Prof. Dr. Christine Müller  
M.Sc. Dennis Malcherczyk

## Robuste Statistik

### Blatt 4

#### Aufgabe 4.1: (3 Punkte)

Wir betrachten Lokations-M-Schätzer  $\hat{\mu}_\rho(y)$  basierend auf Score-Funktionen  $\rho$  aus Definition 3.3.1. und Realisationen  $y = (y_1, \dots, y_N)^\top$  von unabhängig, identisch verteilten Zufallsvariablen. Zeigen Sie, dass der Lokations-M-Schätzer mit Score-Funktion  $\rho(z) = \log((1 + z^2))$  einen Maximum-Likelihood-Schätzer der Lokation  $\mu \in \mathbb{R}$  definiert. Beachten Sie wie in Aufgabe 3.2, dass Sie evtl. einen Korrekturfaktor benötigen, damit die Dichte einer Wahrscheinlichkeitsverteilung vorliegt.

#### Aufgabe 4.2: (4 Punkte)

Betrachten Sie die Daten

$$2, 3, 5, 6, 9.$$

Plotten Sie die Verfälschungsfunktion durch Hinzufügen für den Hampel- und den Huber-M-Lokationsschätzer. Die zugehörigen Score-Funktionen sind gegeben durch

$$\rho_{Hampel}(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}z^2, & |z| \leq a \\ a|z| - \frac{a^2}{2}, & a < |z| \leq b \\ ab - \frac{a^2}{2} + \frac{a}{2}(c-b) \left(1 - \left(\frac{c-|z|}{c-b}\right)^2\right), & b < |z| \leq c \\ ab - \frac{a^2}{2} + \frac{a}{2}(c-b), & |z| > c \end{cases}$$

und

$$\rho_{Huber}(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}z^2, & |z| \leq d \\ d|z| - \frac{d^2}{2}, & |z| > d \end{cases}$$

Nutzen Sie dabei  $a = 2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 8$  und  $d = 1.345$ . Wie unterscheiden sich die Ergebnisse im Bezug auf Aufgabe 1.2?

#### Aufgabe 4.3: (3 Punkte)

Betrachten Sie den Datensatz

$$-1, 0, 1, 5, 1000.$$

- Berechnen Sie (per Hand oder in R) die LTS-Schätzung für diesen Datensatz mit  $k = 1$  und  $h = 3$ .
- Berechnen Sie (per Hand oder in R) den getrimmten Mittelwert für diesen Datensatz mit  $\beta = 0.2$

Was fällt Ihnen auf? Wie erklären Sie die Unterschiede zwischen den beiden Schätzungen?

**Abgabe bis spätestens 29.04.2019, 10 Uhr**