

## Robuste Statistik

### Blatt 13

#### Aufgabe 13.1: (4 Punkte)

Beweisen Sie den ersten Teil von Satz 6.3.4: Sei  $\hat{\varphi}$  die Gauß-Markoff-Schätzfunktion für  $\varphi(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{L}\boldsymbol{\beta}$ . Für alle  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^N$  und  $\mathbf{X}_d \in \mathbb{R}^{N \times r}$  gilt dann:

$$\epsilon_Z^*(\hat{\varphi}, \mathbf{y}, \mathbf{X}_d) \leq \frac{1}{N} \quad \text{und} \quad \epsilon_F^*(\hat{\varphi}, \mathbf{y}, \mathbf{X}_d) \leq \frac{1}{N}.$$

#### Aufgabe 13.2: (6 Punkte)

Betrachten Sie die Regression  $f(t) = \mathbf{x}(t)^\top \boldsymbol{\beta}$  mit  $\mathbf{x}(t)^\top = (1 \ t \ t^2 \ t^3)$  und  $\boldsymbol{\beta}^\top = (\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)$ . Der Versuchsplan  $d$  sei gegeben durch

$t$	$N(t)$
-2	4
-1	2
0	5
1	2
2	3

wobei  $N(t)$  die Anzahl der Versuche an der Stelle  $t$  angibt.

- a) Bestimmen Sie den Identifizierungsparameter  $\mathcal{N}_{\varphi_i}(d)$  für  $\varphi_1(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\beta}$  und  $\varphi_2(\boldsymbol{\beta}) = \beta_i$ ,  $i = 1, 2$ .
- b) Für welche Werte von  $h$  ergibt sich der in Satz 6.3.7 angegebene Bruchpunkt für feste Regressoren der LTS-Regressions-Schätzung für  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ ?
- c) Geben Sie sowohl für  $\varphi_1$  als auch für  $\varphi_2$  obere und untere Abschätzungen oder exakte Angaben für die Bruchpunkte für feste Regressoren bei Schätzung der Aspekte mittels
  - (i) Gauß-Markov-Schätzung,
  - (ii) Regressions-M-Schätzung mit  $\rho(z) = \log(1 + z^2)$ ,
  - (iii) Maximum-Tiefe-Regressions-Schätzung

mithilfe der Resultate aus Kapitel 6.3 der Vorlesung an.

**Hinweis:** Nicht alle Abschätzungen im Aufgabenteil c) werden sinnvoll sein.

**Abgabe bis spätestens 01.07.2019, 10 Uhr.**