

## Robuste Statistik

### Blatt 11

#### Aufgabe 11.1: (6 Punkte)

Betrachten Sie das Regressionsmodell  $f(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^3$ . Sei  $t \in \mathbb{R}$  und  $\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & t & t^3 \end{pmatrix}$ . Von Interesse ist der Versuchsplan  $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^\top$ .

- Geben Sie die Planungsmatrix  $\mathbf{X}_d$  an.
- Ist der lineare Aspekt  $\varphi(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\beta}$  bei  $\mathbf{X}_d$  linear identifizierbar (vgl. Def. 6.1.8)? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Bestimmen Sie den affinen Unterraum (vgl. Beweis von Satz 6.1.9(c)), der die Gauß-Markoff-Schätzungen für den Aspekt  $\varphi(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\beta}$  bei  $\mathbf{y}$  und  $\mathbf{X}_d$  enthält.

#### Aufgabe 11.2: (4 Punkte)

Beweisen Sie Satz 6.2.2 aus der Vorlesung: Die Gauß-Markoff-Schätzfunktion für  $\varphi(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{L}\boldsymbol{\beta}$  ist regressionsäquivalent, falls  $\varphi(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{L}\boldsymbol{\beta}$  bei dem Versuchsplan  $\mathbf{d}$  linear identifizierbar ist.