

Bachelorarbeit

Eliminierung des Temperatureffekts bei Brückenmonitoringdaten

Vergleich zwischen linearer Regression und Kriging-Modellen

Oliver Thunich

5. März 2017

Betreuung: Prof. Dr. Christine Müller

Technische Universität Dortmund

Fakultät Statistik

Lehrstuhl Statistik mit Anwendung im Bereich der
Ingenieurwissenschaften

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Problemstellung	5
2.1	Bauwerk und Messtechnik	5
2.2	Ziele	7
2.3	Datenbeschreibung	7
3	Statistische Methoden	10
3.1	Lineare Regression	10
3.1.1	Modellgleichung und Annahmen	10
3.1.2	Schätzen der Parameter	10
3.2	Kriging Modell	11
3.2.1	Modellgleichung und Annahmen	11
3.2.2	Einfaches und universelles Kriging	12
3.2.3	Kernfunktionen	12
3.3	Modellgüte	14
3.3.1	Das Bestimmtheitsmaß	14
3.3.2	Akaikes Informationskriterium	15
3.4	Modellwahl	15
3.5	Tests zum Vergleich zweier Stichproben	16
3.5.1	Zweistichproben Welch-Test	16
3.5.2	Zweistichproben Relevanztest	17
3.6	Serial gatekeeping	18
4	Auswertung	18
4.1	Deskriptive Analyse	18
4.2	Anpassung über einzelne Monate	23
4.2.1	Auswahl von potentiellen Einflussgrößen	23
4.2.2	Vergleich der Monate	25
4.3	Anpassung täglicher Modelle	27
4.3.1	Lineare Regression	27
4.3.2	Kriging Modell	30

4.4	Tage als Einflussvariable	34
4.4.1	Durchschnittliche Tagestemperatur	34
4.4.2	Tage als Faktorvariable	36
4.5	Tests auf Rissbreitenerhöhung	40
4.6	Fazit und Ausblick	44
5	Zusammenfassung	46
	Zusätzliche Grafiken	47
	Programmcode	48
	Literatur	50

1 Einleitung

Die folgende Arbeit beschäftigt sich mit der Eliminierung des Temperatureffektes in den Daten eines Rissmonitorings einer Brücke. Bei der vorliegenden Brücke handelt es sich um ein Teilstück der Wittener Straße in Bochum. Die Brücke wird sowohl von der Bochumer Stadtbahn als auch vom Personen- und Lastverkehr genutzt.

Für die Sicherheit von Bauwerken, wie z.B. Brücken, ist das Erkennen von Drahtbrüchen im Material, welche die Belastbarkeit der Bauwerke reduzieren können, von großer Bedeutung. So können rechtzeitig Maßnahmen ergriffen werden, um die Bauwerkssicherheit zu gewährleisten. Diese Drahtbrüche entstehen aufgrund dauerhafter Belastung, z.B. durch Verkehr und verursachen Risse an der Oberfläche des Bauwerks. Eine Möglichkeit Drahtbrüche in Stahlbetonbauwerken zu erkennen, ist die Beobachtung der entstandenen Risse im Beton. Ein Drahtbruch innerhalb des Bauwerkes zieht dabei eine dauerhafte Erhöhung der Rissbreiten nach sich. Die Änderungen dieser Rissbreiten hängen jedoch zusätzlich noch von äußeren Einflüssen wie Temperatur und Verkehrsbelastung ab, welche vorübergehende Rissbreitenänderungen nach sich ziehen, die das Erkennen von Drahtbrüchen erschweren.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Sonderforschungsbereiches SFB 823 „Statistical modelling of nonlinear dynamic processes“ vergeben. Das Hauptziel besteht darin, ein statistisches Modell zu finden, welches eventuelle Drahtbrüche im Bauwerk erkennbar macht. Hierbei liegt der Fokus auf der Eliminierung des Temperatur-Einflusses, da dieser aufgrund wechselnder Jahreszeiten den Vergleich der Rissbreiten über längere Zeiträume stark erschwert.

Um ein solches Modell zu finden, wird untersucht, welche Art der Modellierung es am besten erlaubt, dauerhafte Vergrößerungen der Rissbreiten zu erkennen. Hierzu werden verschiedene funktionale Abhängigkeiten von Temperatur und Rissbreite betrachtet. Ebenfalls werden Anpassungen über verschiedene Zeiträume betrachtet. Insgesamt wird sich hierbei auf zwei Modellklassen beschränkt: Die lineare Regression und das Kriging-Modell. Herausforderung hierbei wird es sein, eine Anpassung zu finden, welche von der Temperatur möglichst unabhängige Beobachtungen liefert, um eventuelle Änderungen interpretieren zu können.

Im Folgendem wird zunächst die genaue Problemstellung erläutert und das behandelte Bauwerk sowie die vorliegenden Daten vorgestellt (Abschnitt 2). In Abschnitt 3 werden die verwendeten statistischen Methoden vorgestellt und erläutert, bevor in Abschnitt 4

die angepassten Modelle vorgestellt und einzeln diskutiert werden. Ebenfalls soll das beste betrachtete Modell auf eine Rissbreitenänderung im Beobachtungszeitraum untersucht werden (Unterabschnitt 4.5) und die Ergebnisse diskutiert werden (Unterabschnitt 4.6).

2 Problemstellung

Der folgende Abschnitt beinhaltet grundlegende Informationen über das behandelte Bauwerk sowie die für das Rissmonitoring verwendete Messtechnik. Des Weiteren wird die Zielsetzung dieser Arbeit erläutert und die hierzu verwendeten Daten vorgestellt. Grundlage für die Informationen über das Bauwerk, die Messtechnik und die Datengenerierung sind hierbei zwei von der „König und Heunisch Planungsgesellschaft (KHP)“ im Zuge des Rissmonitorings angefertigte Berichte: Heinrich (2016); KHP (2016).

2.1 Bauwerk und Messtechnik

Bei dem betrachteten Bauwerk handelt es sich um eine im Jahre 1961 erbaute Brücke. Die Brücke ist Teil der Wittener Straße in Bochum und dient als Überführung über den Sheffield Ring. Das Bauwerk ist als drei-feldrige Spannbetonbrücke konstruiert, wobei sich die Gesamtlänge von $63,5m$ auf zwei Randfelder der Länge $17,5m$ bzw. $16m$ und ein Innenfeld der Länge $30m$ aufteilt.

Die Brücke besteht aus zwei Überführungen, welche nicht miteinander verbunden sind. Jede dieser Überführungen wird für eine Verkehrsrichtung verwendet. In jeder Richtung verlaufen auf der Brücke zwei Spuren, welche für den Straßenverkehr genutzt werden, sowie eine Schiene der Bochumer Stadtbahn. Aufgrund des Zustandes des Bauwerkes, darf nur noch die jeweils rechte Spur befahren werden.

Im Zuge des Rissmonitorings wurden im Innenfeld des Dreifeldträgers insgesamt 16 Messstellen eingerichtet. Das Innenfeld wurde gewählt, da dort die größten Rissbreiten festgestellt wurden und ebenfalls die Versagenswahrscheinlichkeit der Spannelemente am Größten ist.

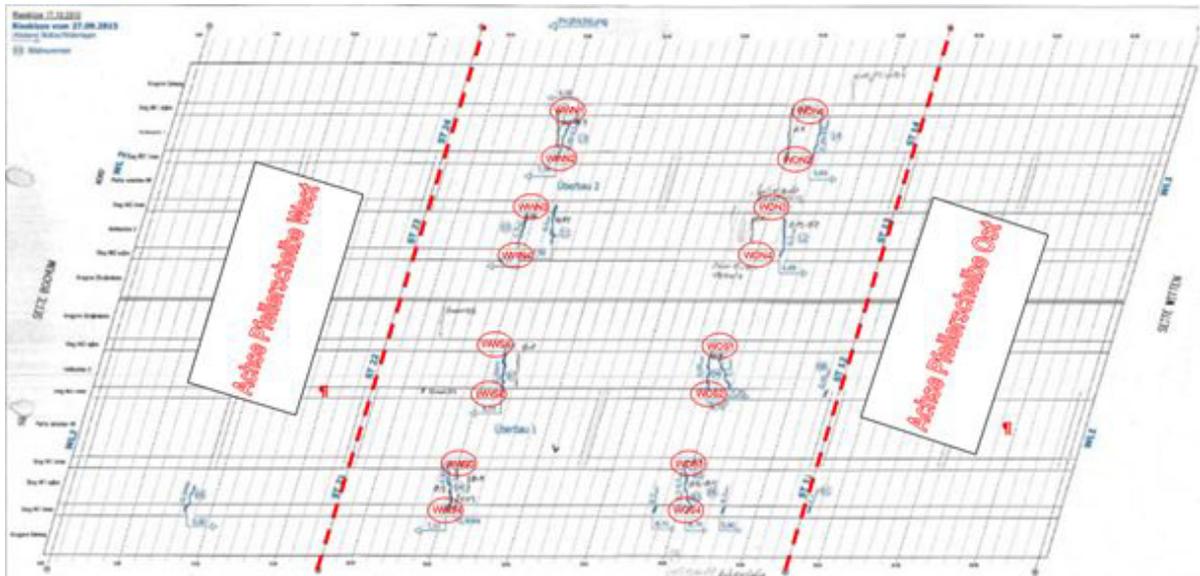


Abbildung 1: Skizze des Bauwerks (Draufsicht) mit eingetragenen Positionen der Wegaufnehmer

In Abbildung 1 ist die Positionierung der Messstellen am Bauwerk zu erkennen, die Wegaufnehmer sind an den vier parallel zur Fahrtrichtung verlaufenden Trägern der Brücke angebracht. Dabei befinden sich an jedem Träger jeweils zwei Wegaufnehmer in der Nähe der östlichen und der westlichen Pfeilerscheibe.

An jeder dieser 16 Messstellen wurde am 23.5.2016 ein induktiver Wegaufnehmer angebracht, dabei wurden die Risse an den jeweiligen Messstellen per Hand vermessen, um einen Startwert zu generieren. Beginnend am 1.6.2016 messen diese Wegaufnehmer die Änderungen der Rissbreite an der jeweiligen Messstelle. Die Wegaufnehmer tasten dabei den Riss mit einer Frequenz von 5000Hz ab, diese Messungen werden über ein Zeitintervall (hier $t = 2\text{s}$) gemittelt und gespeichert. Das Verarbeiten und Speichern der Messwerte erfolgt mit Hilfe eines PC's, welcher in einem Schaltschrank im Bereich der nordöstlichen Pfeilerscheibe angebracht ist. Die Wegaufnehmer haben eine Auflösung von $\frac{1}{1000}\text{mm}$, sodass bereits kleine Änderungen der Rissbreiten erfasst werden können.

Zusätzlich zur Messung der Rissbreitenänderung an den 16 Messstellen sind insgesamt drei Temperaturmessgeräte an der Brücke angebracht: Zum einen der Messpunkt T_{Bruecke} , welcher in der Nähe des Schaltschranks, an der Unterseite der Brücke angebracht ist. Zum anderen der Messpunkt T_{Luft} , an der Oberseite der Brücke, um eventuelle Temperaturunterschiede zwischen Ober- und Unterseite der Brücke zu dokumentieren.

Zusätzlich befindet sich noch ein Temperaturmessgerät innerhalb des Schaltschranks (T_{Schalt}), um die Temperatur der Elektronik zu überwachen.

2.2 Ziele

Das Hauptziel des Rissmonitorings ist es, Drahtbrüche in den Spannelementen der Brücke zu entdecken, da diese die Belastbarkeit der Brücke reduzieren. Es wird erwartet, dass ein Ausfall eines Spanngliedes in der Brücke eine dauerhafte Erhöhung der Rissbreite nach sich zieht.

Da äußere Einflüsse wie die Temperatur, jedoch zu vorübergehenden Änderungen der Rissbreite führen, ist es nötig, den Teil der Rissbreitenänderung, der nicht aus dem Ausfall von Spanngliedern resultiert, möglichst gut zu modellieren. So können langfristige Änderungen sichtbar gemacht werden. Der Fokus dieser Arbeit liegt dabei auf dem Eliminieren des Temperatureinflusses, der den Vergleich der Rissbreiten über mehrere Monate aufgrund der wechselnden Jahreszeiten erschwert.

Ziel dieser Arbeit ist es, auf einer geeigneten Datenbasis, ein statistisches Modell zu finden, welches den Einfluss der Temperatur auf die gemessenen Rissbreiten möglichst gut erklärt. Hierzu werden mehrere Modelle mit verschiedenen Einflussgrößen und Anpassungszeiträumen berechnet und verglichen. Neben der Klasse der linearen Modelle, der Standardmethode für die Erklärung einer stetigen Variable durch verschiedene Einflussgrößen, wird hierbei auch die Klasse der Kriging Modelle betrachtet, welche zusätzliche Anpassungsmöglichkeiten bietet. Ziel dieser Anpassungen ist es, Beobachtungen zu erhalten, welche unabhängig von der Temperatur sind und die Entwicklung dieser Beobachtungen zu verfolgen.

2.3 Datenbeschreibung

Als Datengrundlage für diese Arbeit dienen die Rissbreitenmessungen von einem der 16 Wegaufnehmer aus den Monaten Juni und Oktober 2016. Dabei handelt es sich um den Wegaufnehmer West Nord 2 (WWN2), welcher am 23.5.2016 mit $w_0 = 0,3mm$ die größte Anfangsrissbreite aufwies und somit besonders kritisch zu sehen ist.



Abbildung 2: Foto Wegaufnehmer West Nord 2 (WWN2)

Abbildung 2 zeigt die Messstelle WWN2 am Bauwerk. Es ist zu erkennen, dass der Wegaufnehmer nahe an der unteren Kante des Trägers angebracht wurde, der Abstand zur unteren Kante beträgt ca. $4,5\text{cm}$. Der Wegaufnehmer ist $7,4\text{m}$ von der Pfeilerscheibe Ost angebracht und kann Rissbreitenänderungen im Bereich von $\pm 5\text{mm}$ messen.

Die Monate Juni und Oktober wurden als Datengrundlage ausgewählt, damit die Anpassung der Temperatur über mehrere Monate und wechselnde Jahreszeiten vergleichbar ist. Zusätzlich zum Temperatureinfluss wird die Rissbreite durch Verkehrsbelastung kurzzeitig beeinflusst. Dies hat zur Folge, dass bei Überfahrten von Fahrzeugen die Rissbreite für wenige Messwerte ansteigt. Es wurde ein Glättungsverfahren verwendet, um diesen Effekt zu eliminieren. Hierzu wurde von je 150 aufeinanderfolgenden Messwerten des Wegaufnehmers und der Temperaturmesser der Median berechnet. Diese Mediane werden im Folgenden als Datengrundlage betrachtet, sodass insgesamt 8640 Beobachtungen aus dem Juni und 8928 Beobachtungen aus dem Oktober zur Verfügung stehen. Beobachtet werden folgende Variablen:

Tabelle 1: Beobachtete Variablen

Variable	Kürzel	Skalenniveau	Einheit
Rissbreite Wegaufnehmer West Nord 2	WWN2	kardinal	mm
Temperatur Brückenunterseite $T_{Bruecke}$	T_B	kardinal	$^{\circ}C$
Temperatur Brückenoberseite T_{Luft}	T_L	kardinal	$^{\circ}C$
Temperatur Schaltkasten T_{Schalt}	T_S	kardinal	$^{\circ}C$
Zeit		kardinal	Datum-Uhrzeit

In Tabelle 1 ist zu sehen, dass insgesamt 5 Variablen beobachtet wurden, die alle ein kardinales Skalenniveau haben. Neben der Rissbreite an dem betrachteten Wegaufnehmer wurden die Messwerte der drei Temperaturmesser sowie die Zeit der Messungen beobachtet. Im behandelten Datensatz existieren keine fehlenden Werte, sodass für jeden Tag 288 Beobachtungen und damit über die zwei betrachteten Monate insgesamt 17568 Beobachtungen der verschiedenen Variablen zur Verfügung stehen.

Die gemessenen Rissbreitenänderungen des Wegaufnehmers sind auf $\frac{1}{10000}mm$ genau angegeben. Da dies einem Zehntel der Auflösung des Wegaufnehmers entspricht, sind Rundungsfehler die beim Mitteln der Messungen über 2 Sekunden entstehen können, zu vernachlässigen. Die Ausgangsrissbreiten wurden am 23.05.2016 jedoch per Hand gemessen und sind deshalb deutlich ungenauer, hinzu kommt, dass die Anfangsrissbreiten mehrere Tage vor Beginn des Monitorings gemessen wurden, sodass Änderungen der Rissbreite in diesen Tagen nicht erfasst wurden. Insgesamt kann es deshalb zu Ungenauigkeiten im Bereich von $0,1mm$ kommen. Für diese Arbeit sind jedoch lediglich die Änderungen der Rissbreite von Interesse, daher sind diese Ungenauigkeiten für die Ergebnisse unerheblich. Es bleibt jedoch anzumerken, dass die in den Daten angegebenen Rissbreiten nicht genau der Realität entsprechen, die Änderungen dieser jedoch sehr genau erfasst werden.

Eine weitere Ungenauigkeit in der Datengrundlage geht von den sogenannten „Schwebungen“ aus. Diese werden vermutlich durch Interferenz von Signalen der Wegaufnehmer und des Straßenbahnnetzes hervorgerufen und führen zu kurzzeitiger starker Schwankung der Messwerte. Durch die oben beschriebene Verwendung des Medians der Messwerte eines 5 Minuten-Intervalls sollte ein Großteil dieser Schwebungen zu vernachlässigen sein. Trotzdem wird in Abschnitt 4 überprüft, ob auch in den verwendeten Daten länger anhaltende Schwebungen sichtbar sind, welche die Ergebnisse verfälschen könnten.

3 Statistische Methoden

Vor der Analyse der Daten folgt nun ein Überblick über die beiden verwendeten Modellklassen, sowie weiteren verwendeten statistischen Methoden.

3.1 Lineare Regression

Es wird nun die lineare Regression mit mehreren Einflussfaktoren vorgestellt. Der Abschnitt bezieht sich hierbei auf das Kapitel 10.5 aus Hartung et al. (1993, S. 593ff).

Seien im Folgenden y_1, \dots, y_n Ausprägungen von stetigen Zufallsvariablen Y_1, \dots, Y_n und $\forall i = 1, \dots, n$ seien x_{i1}, \dots, x_{ik} die zu y_i gehörigen, festen Ausprägungen von k stetigen oder binären Einflussfaktoren. Weiterhin seien $y = (y_1, \dots, y_n)^T$; $x_i = (1, x_{i1}, \dots, x_{ik})^T \in \mathbb{R}^{k+1}$ und $X = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^{n \times k+1}$.

3.1.1 Modellgleichung und Annahmen

Ziel der linearer Regression ist es, die Zielvariable Y möglichst gut durch eine lineare Funktion der Form $y = X\beta$ zu beschreiben. Dabei ist $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)^T$ ein fester Parametervektor. Hierzu wird folgende Modellgleichung angenommen $y = X\beta + e$ mit einem zufälligen Fehlervektor $e = (e_1, \dots, e_n)^T$. Es wird vorausgesetzt, dass die e_i u.i.v. sind und gilt $E(e_i) = 0$ und $Var(e_i) = \sigma^2 > 0 \forall i = 1, \dots, n$ (Hartung et al., 1993, S. 596).

3.1.2 Schätzen der Parameter

Für die Schätzung des Parametervektors β aus den vorhandenen Daten wird in der Regel die Methode der kleinsten Quadrate verwendet. Hierbei wird das β gesucht, welches die Summe der quadrierten Abstände von y_i und $x_i^T \beta$ minimiert.

$$\hat{\beta} = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i^T \beta)^2$$

Falls X vollen Spaltenrang hat, so ist: $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$ eine eindeutige Lösung (Hartung et al., 1993, S. 596).

Weiterhin sind die durch das Modell geschätzten Ausprägungen der Y_i gegeben durch $\hat{y} = X\hat{\beta}$ und der geschätzte Fehlervektor durch $\hat{e} = y - \hat{y}$. Der geschätzte Fehlervektor $\hat{e} = (\hat{e}_1, \dots, \hat{e}_n)^T$ wird auch als Residualvektor bezeichnet, die Einträge \hat{e}_i , $i = 1, \dots, n$ als Residuen.

3.2 Kriging Modell

Im Folgendem wird das Kriging Modell als weiteres statistisches Modellierungsverfahren vorgestellt. Der folgende Abschnitt bezieht sich hierbei im Wesentlichen auf das Kapitel 2 aus Roustant et al. (2012, S. 4ff), welches die mathematischen Grundlagen des Kriging Modells beschreibt, so wie es mithilfe des R-Paketes „DiceKriging“ verwendet werden kann.

Sei im Folgendem $(Y_x)_{x \in \mathbb{R}^k}$ und $y = (y(x_1), \dots, y(x_n))^T$ Realisationen dieses Zufallsfeldes an den Stellen $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}^k$. Ferner sei $X = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^{n \times k}$ die Matrix der Punkte, an denen Realisationen von Y vorliegen (Roustant et al., 2012, S.4).

3.2.1 Modellgleichung und Annahmen

Im Kriging Modell besteht das Ziel darin, die Ausprägungen des Zufallsfeldes Y_x an beliebigen $x \in \mathbb{R}^k$ möglichst gut durch die Summe einer Trendfunktion $\mu(x)$ und einer Funktion $Z(x)$ darzustellen, welche die Korrelation zwischen verschiedenen Ausprägungen modelliert. Es wird dabei angenommen, dass die Kovarianz zwischen zwei Beobachtungen $y(x_i)$ und $y(x_j)$ einem funktionalen Zusammenhang folgt:

$$\text{Cov}(y(x_i), y(x_j)) = C(x_i, x_j) = \sigma^2 R(x_i, x_j) \quad \forall i, j = 1, \dots, n; i \neq j.$$

Dabei ist σ ein Streuungsparameter und $R(x_i, x_j)$ eine Funktion, welche die Korrelation von $y(x_i)$ und $y(x_j)$ in Abhängigkeit von x_i und x_j beschreibt. Die Funktion $C(x_i, x_j)$ wird Kernfunktion genannt, und wird bis auf endlich viele Parameter als bekannt vorausgesetzt (Roustant et al., 2012, S.5) (genauer in Unterabschnitt 3.2.3).

Für beliebiges $x \in \mathbb{R}^k$ ist die durch das Modell geschätzte Realisation bei bekannten

Beobachtungen y und X gegeben durch:

$$\hat{y}(x) = \mu(x) + c(x)^T C^{-1}(y - \mu).$$

Dabei ist $c(x) = (C(x, x_1), \dots, C(x, x_n))^T$; $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $C_{ij} = C(x_i, x_j)$ und $\mu = (\mu(x_1), \dots, \mu(x_n))^T$. Die so geschätzten Realisationen sind interpolierend, d.h. $\hat{y}(x_i) = y(x_i) \forall i = 1, \dots, n$, da gilt: $Y_x|y \sim N(\hat{y}(x), s^2(x))$. Dabei ist $s^2(x) = C(x, x) - c(x)^T C^{-1} c(x)$ und es gilt: $s^2(x_i) = 0 \forall i = 1, \dots, n$ (Roustant et al., 2012, S. 5).

3.2.2 Einfaches und universelles Kriging

Bei Kriging Modellen wird in der Regel zwischen zwei Modellklassen, dem einfachen und dem universellen Kriging unterschieden. Während das einfache Kriging Modell von einer bekannten Trendfunktion $\mu(x)$ ausgeht, wird im universellen Kriging ein unbekannter Trend angenommen.

Zur Schätzung der Trendfunktion wird in der Regel ein linearer Trend $\mu(x) = f(x)^T \beta$ mit einer bekannten Funktion $f : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^s$ und unbekanntem Parametervektor $\beta \in \mathbb{R}^s$ angenommen. Anders als bei der linearen Regression wird hier keine Unabhängigkeit der Beobachtungen vorausgesetzt. Der beste lineare, unverzerrte Schätzer für β ist damit der generalisierte kleinste Quadrate Schätzer und gegeben durch:

$$\hat{\beta} = (F^T C^{-1} F)^{-1} F^T C^{-1} y \text{ mit } F = [f(x_1), \dots, f(x_n)]^T \text{ (Friedman , 2009, S. 62ff).}$$

Die durch das Kriging Modell geschätzten Realisationen erhält man, indem man den Schätzer der Trendfunktion $\hat{\mu}(x) = f(x)^T \hat{\beta}$ in die Formel für $\hat{y}(x)$ aus Unterabschnitt 3.2.1 einsetzt. Das universelle Kriging wird deutlich öfter verwendet als das einfache Kriging Modell, da die Trendfunktion in der Regel nicht bekannt ist.

3.2.3 Kernfunktionen

Der für das Kriging Modell benötigte und als bekannt vorausgesetzte funktionale Zusammenhang zwischen der Kovarianz von $y(x_i)$ und $y(x_j)$ für beliebige $x_i, x_j \in \mathbb{R}^k$ wird durch die sogenannte Kernfunktion $C(x_i, x_j)$ beschrieben. Im Kriging Modell wird vorausgesetzt, dass die Kovarianz abhängig vom Abstand $d(x_i, x_j)$ ist. Damit die Kovarianzstruktur für möglichst viele Datensituationen möglichst gut beschrieben werden kann, wird als Kernfunktion meist ein fester funktionaler Zusammenhang mit unbekanntem,

zu schätzendem Parametervektor $\Theta = (\Theta_1, \dots, \Theta_k) \in \mathbb{R}^k$ gewählt. Es werden im Folgenden die Kernfunktionen vorgestellt, welche im R-Paket „DiceKriging“ zur Beschreibung der Kovarianzstruktur verwendet werden können. Sei hierzu $d = x_i - x_j = (d_1, \dots, d_k)^T$ für beliebige $x_i, x_j \in \mathbb{R}^k$. Alle betrachteten Kernfunktionen sind von der Struktur

$$C(x_i, x_j) = \sigma^2 \prod_{j=1}^k g_j(d_j, \Theta_j).$$

Die Kernfunktionen unterscheiden sich lediglich durch die Beschaffenheit der Funktionen g_j . Dabei wird diese aus folgenden Möglichkeiten ausgewählt (Roustant et al., 2012, S. 7f):

Tabelle 2: Kernfunktionen für das Kriging Modell im R-Paket DiceKriging

Bezeichnung	Funktion	Kürzel
Gauss	$g_j = \exp(-\frac{d_j^2}{2\Theta_j^2}) \forall j = 1, \dots, k$	G
Matérn $\nu = 5/2$	$g_j = (1 + \frac{\sqrt{5} d_j }{\Theta_j} + \frac{5d_j^2}{3\Theta_j^2}) \exp(-\frac{\sqrt{5} d_j }{\Theta_j}) \forall j = 1, \dots, k$	M5
Matérn $\nu = 3/2$	$g_j = (1 + \frac{\sqrt{3} d_j }{\Theta_j}) \exp(-\frac{\sqrt{3} d_j }{\Theta_j}) \forall j = 1, \dots, k$	M3
Power-Exponential	$g_j = \exp(-(\frac{ d_j }{\Theta_j})^{p_j}) \forall j = 1, \dots, k$	PE

In Tabelle 2 ist zu sehen, dass die verschiedenen Kernfunktionen in jeder Dimension von einem unbekanntem Parameter $\Theta_j > 0$ abhängen. Eine Ausnahme besteht in der Power-Exponentialfunktion, die zusätzlich in jeder Dimension von einem weiteren Parameter $p_j \in (0, 2]$ abhängt. Falls in der Power-Exponentialfunktion die Parameter p_j nicht geschätzt werden sollen, kann auch der Spezialfall $p_j = 1 \forall j = 1, \dots, k$ verwendet werden. In jeder der hier vorgestellten Kernfunktionen wird also davon ausgegangen, dass eine höhere Korrelation zwischen $y(x_i)$ und $y(x_j)$ besteht, je kleiner der Abstand $d(x_i, x_j)$ bezüglich verschiedener Abstandsmaße ist.

Da die Kovarianzstruktur nur über stetige Funktionen modelliert wird, nähert sich die Streuung $s^2(x)$ von $\hat{y}(x)$ für x nahe einer Beobachtung $x_i, 0$ an. Somit kann keine Möglichkeit dafür simuliert werden, dass kleine Änderungen der Einflüsse große Sprünge in der Zielvariable hervorrufen können. Um diese Möglichkeit zu modellieren, wird oft ein geschätzter, sogenannter nugget-Effekt (τ) auf jeden Eintrag von $c(x)$ addiert. Dieser bewirkt, dass das Modell bereits bei kleinen Änderungen Einflüsse x eine Streuung der

Vorhersage $\hat{y}(x)$ berücksichtigt (Roustant et al., 2012, S. 8f).

So ist es zudem möglich, die Modellanpassung auf dem gegebenen Datensatz (y, X) zu interpretieren. Hierzu werden Vorhersagen mit Einflussgrößen in der unmittelbaren Nähe der Beobachtungen betrachtet, z.B. $x_i + \epsilon$ mit $\epsilon \sim N(0, \tilde{\sigma})$ verwendet, wobei $\tilde{\sigma} < 10^{-6}$ gilt.

Die Parameter Θ ; p ; σ und der nugget-Effekt τ werden bei der Anpassung eines Kriging Modells mithilfe der Maximum Likelihood Methode geschätzt, um die Kovarianzstruktur der gegebenen Daten möglichst gut zu beschreiben. Insgesamt müssen bei der Anpassung eines universellen Kriging Modells mit nugget-Effekt also $K = s + k + 1 + 1$ Parameter geschätzt werden: Die Trendparameter $\beta_0, \dots, \beta_{s-1}$, die Parameter der Kernfunktion $\Theta_1, \dots, \Theta_k$, der Streuungsparameter σ , sowie der nugget Effekt τ . Bei einer Anpassung mit Kernfunktion nach dem Power-Exponential Ansatz kommen noch einmal k zu schätzende Parameter p_1, \dots, p_k hinzu.

3.3 Modellgüte

Es werden nun zwei Kennzahlen vorgestellt, welche die Güte eines angepassten Modells beschreiben.

3.3.1 Das Bestimmtheitsmaß

Das Bestimmtheitsmaß (auch R^2) ist gegeben durch:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}.$$

Das Bestimmtheitsmaß gibt den Anteil der Varianz von Y an, welcher durch das Modell erklärt werden kann (Hartung et al., 1993, S. 595f).

Das Bestimmtheitsmaß eignet sich jedoch nicht für den Vergleich verschiedener Modelle, da es größer wird, je mehr Parameter im Modell enthalten sind. Hierfür wird oft das sogenannte adjustierte R^2 betrachtet, welches einen Strafterm für zusätzlich aufgenommene Parameter beinhaltet:

$$R_{adj.}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k} (1 - R^2)$$

Da gilt $R^2; R_{adj}^2 \in [0, 1]$, sind die Bestimmtheitsmaße aufgrund ihrer guten Interpretierbarkeit beliebte Maße für die Anpassungsgüte. Sie eignen sich jedoch zur Modellauswahl nur bedingt, da auch für das R_{adj}^2 die Strafe für komplexe Modelle sehr gering ausfällt (Fahrmeir et al., 2007, S. 160f).

3.3.2 Akaikes Informationskriterium

Das Informationskriterium nach Akaike (kurz AIC) ist eine Maßzahl für die Modellgüte welches auf der Likelihoodfunktion basiert. Das AIC ist gegeben durch:

$$AIC = -2l(\hat{\beta}_{ML}, \hat{\sigma}_{ML}) + 2K$$

Dabei ist l die logarithmierte Likelihoodfunktion und $\hat{\beta}_{ML}, \hat{\sigma}_{ML}$ die Maximum Likelihood Schätzer der jeweiligen Parameter und K die Anzahl der zu schätzenden Parameter. In einem Modellauswahlverfahren wird das Modell mit dem kleinsten AIC ausgewählt. (Fahrmeir et al., 2007, S. 161)

Für den Fall, dass die Residuen einer Normalverteilung folgen, d.h. $e_i \sim N(0, \sigma) \forall i = 1, \dots, n$, so ist das AIC gegeben durch:

$$AIC = n(\ln(2\pi) + \ln(\frac{1}{n} \hat{e}^T \hat{e}) + 1) + 2K$$

Mithilfe der R-Funktion „AIC“ lässt sich das AIC auf diese Weise berechnen (Groß, 2010, S. 214). Durch das Addieren des Strafterms $2K$, bestraft das AIC komplexe Modelle mehr als das adjustierte R^2 und ist zur Modellauswahl besser geeignet (James et al., 2013, S. 213).

3.4 Modellwahl

Hier soll die Vorwärtsselektion als Verfahren zur Modellauswahl vorgestellt werden. Behandelt wird die Vorwärtselektion wie sie in Fahrmeir et al. (2007, S. 164) beschrieben wird.

Die Vorwärtselektion gehört zu den schrittweisen Modellauswahlverfahren. Bei der Vorwärtselektion wird zunächst ein Modell ohne Einflussfaktoren angepasst. Es wird nun

in jedem Schritt derjenige potentielle Einflussfaktor hinzugefügt, welcher ein vorher festgelegtes Maß für die Modellgüte am meisten verbessert. Führt keiner der verbleibenden Einflussfaktoren zu einer Verbesserung der verwendeten Maßzahl, so ist das Verfahren beendet und das im letzten Schritt erhaltene Modell wird verwendet.

Die Vorwärtsselektion findet nicht zwangsläufig das Beste aller möglichen Modelle, da nicht alle Parameterkombinationen betrachtet werden. In der Regel ist das gefundene Modell jedoch sehr nahe dem Optimum. Des Weiteren ist die Vorwärtsselektion besonders bei einer hohen Anzahl von potentiellen Einflussfaktoren deutlich effizienter als eine vollständige Modellselektion, bei der alle möglichen Kombinationen potentieller Einflussfaktoren untersucht werden.

3.5 Tests zum Vergleich zweier Stichproben

Zunächst werden zwei statistische Tests für den Vergleich zweier Stichproben vorgestellt. Seien im Folgendem x_1, \dots, x_{n_1} Realisationen von Zufallsvariablen X_i ; $i = 1, \dots, n_1$ u.i.v., y_1, \dots, y_{n_2} Realisationen von Zufallsvariablen Y_i ; $i = 1, \dots, n_2$ u.i.v., seien weiterhin $X_1, \dots, X_{n_1}, Y_1, \dots, Y_{n_2}$ stochastisch unabhängig.

3.5.1 Zweistichproben Welch-Test

Zunächst wird der Zweistichproben t-Test für ungepaarte Stichproben mit unterschiedlichen Varianzen, oft auch als Welch-Test bezeichnet, wie er in Hartung et al. (1993, S. 510ff) beschrieben ist, vorgestellt. Der Zweistichproben Welch-Test ist die Standardmethode für den Vergleich zweier Stichproben mit unterschiedlichen Varianzen.

Gilt für die oben beschriebenen Zufallsvariablen $X_i \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ und die $Y_i \sim N(\mu_2, \sigma_2)$, so gilt für das Testproblem $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d$ vs. $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d$ und die Teststatistik

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y} - d}{\sqrt{s_x^2/n_1 + s_y^2/n_2}}$$

mit \bar{x} und \bar{y} den arithmetischen Mitteln von x bzw. y und s_x, s_y den Standardabweichungen von x bzw. y :

- t ist unter H_0 approximativ t_ν verteilt. Die Anzahl der Freiheitsgrade ν ist gegeben durch:

$$\nu = \frac{\left(\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right)^2}{\frac{s_x^2}{n_1}/(n_1 - 1) + \frac{s_y^2}{n_2}/(n_2 - 1)} \quad (\text{Hartung et al., 1993, S. 510}).$$

- H_0 wird zum Niveau α verworfen, falls $t > t_{\nu, 1-\alpha}$ ist, wobei $t_{\nu, 1-\alpha}$ dem $1-\alpha$ Quantil der entsprechenden t -Verteilung entspricht (Hartung et al., 1993, S.511).

3.5.2 Zweistichproben Relevanztest

Eine weitere Methode für den Vergleich zweier Stichproben ist der sogenannte Relevanztest. Für Zufallsvariablen $X_i \sim N(\mu_1, \sigma)$ und die $Y_i \sim N(\mu_2, \sigma)$ wird geprüft, ob ein im Verhältnis zur Standardabweichung der Stichproben relevanter Unterschied zwischen den Erwartungswerten der beiden Stichproben besteht. Es wird der Zweistichproben Relevanztest vorgestellt, wie er in Müller, Denecke (2013, S. 223ff) beschrieben wird.

Für das Testproblem $H_0 : |\mu_1 - \mu_2| \leq \delta\sigma$ vs. $H_1 : |\mu_1 - \mu_2| > \delta\sigma$ wird H_0 zum Niveau α verworfen, falls gilt:

$$K \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{s_{xy}} > c_\alpha \quad \text{mit} \quad K = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}$$

Dabei ist $s_{xy} = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2}((n_1 - 1)s_x + (n_2 - 1)s_y)$ und c_α gegeben als der Wert für den gilt:

$$\alpha = 1 - F_{t_{n_1+n_2-2}(K\delta)}(c_\alpha) + F_{t_{n_1+n_2-2}(K\delta)}(-c_\alpha)$$

Dabei ist $F_{t_{n_1+n_2-2}(K\delta)}$ die Verteilungsfunktion der t -Verteilung mit $n_1 + n_2 - 2$ Freiheitsgraden und dem Nichtzentralitätsparameter $K\delta$ (Müller, Denecke, 2013, S. 226).

Anders als der oben vorgestellte Welch-Test berücksichtigt der Relevanztest Unterschiede der Erwartungswerte in beide Richtungen. Da die Testhypothesen von der Streuung σ abhängen, wird hier von einer konstanten Streuung über beide Stichproben ausgegangen.

3.6 Serial gatekeeping

Es wird nun ein sequentielles Testverfahren für das Testen mehrerer Hypothesen unter Einhaltung eines globalen Niveaus α vorgestellt. Der folgende Abschnitt bezieht sich auf das serial gatekeeping aus (Dimitrenko, Tamhane, 2007, S.171-174).

Seien F_1, \dots, F_m sogenannte Familien von statistischen Tests, wobei die Nullhypothesen dieser Tests gegeben sind durch: $H_{0i1}, \dots, H_{0in_i} \forall i = 1, \dots, m$, wobei für alle $i \neq j; i, j = 1, \dots, m$ gilt, dass die Teststatistiken aus F_i unabhängig von den p-Werten der Tests aus F_j sind.

Beim serial gatekeeping wird wie folgt vorgegangen: Teste die Hypothesen aus $F_{(i+1)}$ nur dann, wenn alle Nullhypothesen $H_{0i1}, \dots, H_{0in_i}$ aus F_i verworfen wurden. Auf diese Weise kann jede Familie zum Niveau α getestet werden. Lediglich innerhalb der jeweiligen Familien muss eine Niveauadjustierung vorgenommen werden, um ein globales Niveau α einzuhalten (Dimitrenko, Tamhane, 2007, S 173).

4 Auswertung

In diesem Abschnitt werden die vorliegenden Daten untersucht und bezüglich der Zielsetzung analysiert. Dabei folgt zunächst eine deskriptive Analyse der Daten, bevor die verschiedenen Modelle angepasst und verglichen werden. Zuletzt folgt eine genaue Betrachtung des geeignetsten Modells bezüglich der Zielsetzung.

Als Software für die Durchführung der Berechnungen, die Anpassung der verschiedenen Modelle, sowie das Erstellen der Grafiken, wurde die Statistiksoftware „R“ (R Core Team, 2015) verwendet. Insbesondere wurde für die Anpassung des Kriging Modells das R-Paket „DiceKriging“ (Roustant et al., 2012) verwendet.

4.1 Deskriptive Analyse

Ziel der deskriptiven Analyse ist es, sich zunächst einen Überblick über die erhobenen Daten zu verschaffen. Hier sollen sowohl die beiden Monate, aus denen Daten vorliegen, verglichen werden, als auch mögliche funktionale Zusammenhänge zwischen Temperatur und Rissbreite gefunden werden, welche später in der Modellanpassung berücksichtigt werden können. Zudem wird untersucht, ob die in Unterabschnitt 2.2 beschriebenen

Schwabungen auch in den verwendeten Daten zu erkennen sind und eventuelle Ergebnisse verzerren könnten.

Zunächst werden die Rissbreiten des betrachteten Wegaufnehmers über beide Monate gemeinsam betrachtet:

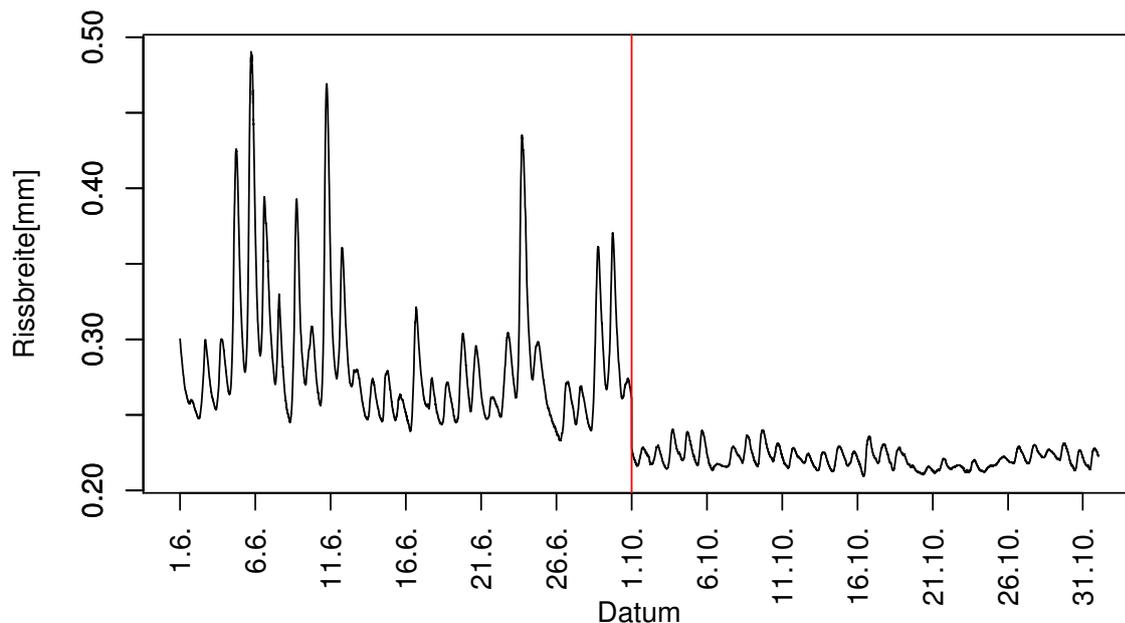


Abbildung 3: Zeitreihe der Rissbreiten des Wegaufnehmers WWN2 im Juni und Oktober

In Abbildung 3 ist zu sehen, dass die Rissbreiten am Wegaufnehmer über die betrachteten Monate zwischen $0,2\text{mm}$ und $0,5\text{mm}$ liegen. Auffällig ist, dass die Rissbreiten im Juni durchgehend höher sind als im Oktober, dies deutet darauf hin, dass es eine positive Korrelation zwischen der Temperatur und den Rissbreiten geben könnte, da der Juni als Sommermonat wärmer als der Oktober ist. Ebenso auffällig ist, dass die Rissbreiten im Juni wesentlich stärker schwanken als im Oktober, dies könnte einer größeren Temperaturschwankung im Juni oder einem größeren Einfluss der Temperatur auf die Rissbreiten bei hohen Temperaturen geschuldet sein. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Rissbreiten im Laufe eines Tages erst ansteigen und später wieder absinken, auch dieses Verhalten deutet auf einen direkten Zusammenhang mit der Temperatur hin, da um die Mittagszeit meist die Temperaturhöchstwerte eines Tages gemessen werden.

Als Nächstes werden die Werte der Temperaturmessgeräte in den beiden Monaten betrachtet:

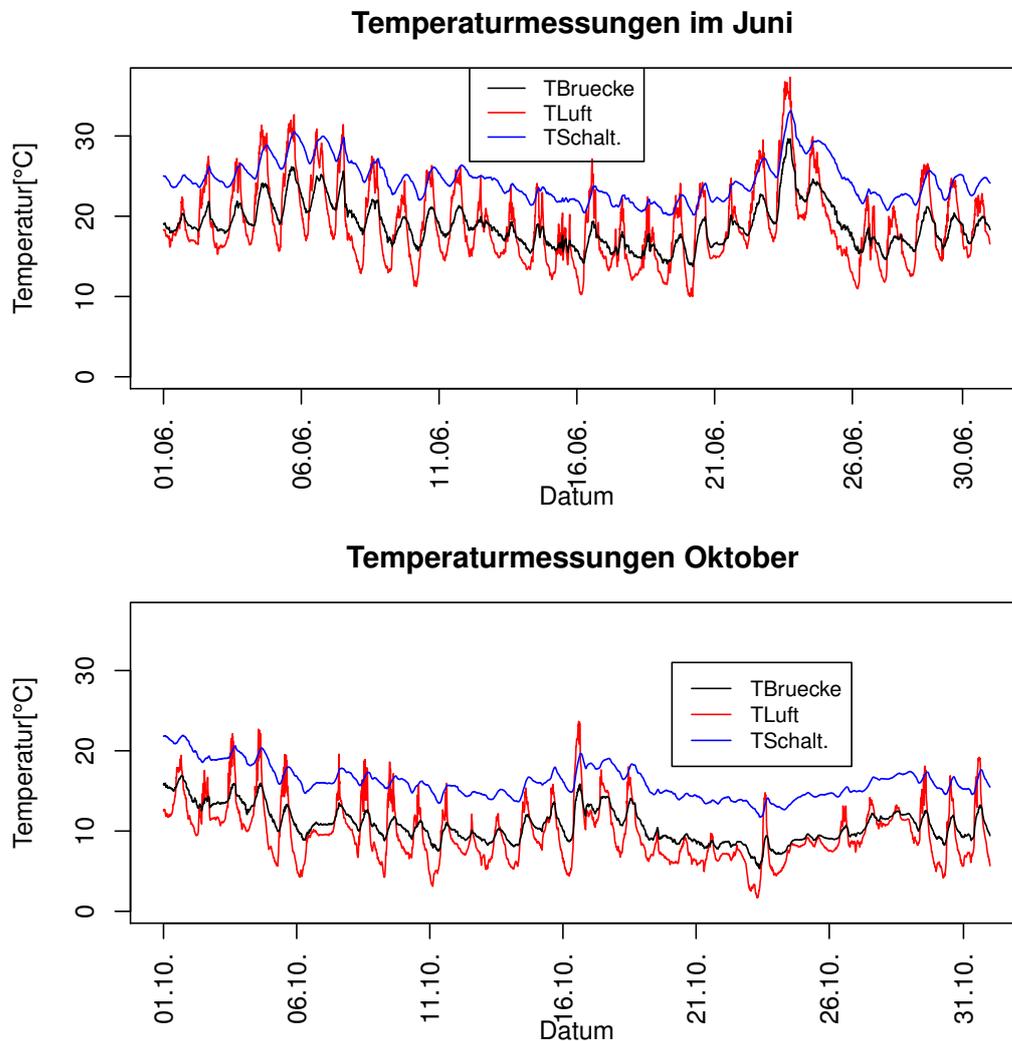


Abbildung 4: Zeitreihe der Temperaturmessungen im Juni und Oktober

Die Temperaturmessungen aus Abbildung 4 zeigen ähnliche Eigenschaften wie der Verlauf der Rissbreiten aus Abbildung 3. Der Tagesverlauf der Temperaturmessungen ist, wie vermutet, meist sehr ähnlich zu dem der Rissbreiten. Vergleicht man die drei Temperaturmessungen, so ist auffällig, dass die Temperatur an der Brückenseite T_L die größten Schwankungen zeigt. An den beiden anderen Messstellen, vor allem bei der Temperaturmessung im Schaltschrank T_S , sind die Schwankungen deutlich geringer. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Messstation T_L direkter Sonneneinstrahlung und

anderen Wettereinflüssen ausgesetzt ist, während T_B an der Brückenunterseite und T_S im Schaltschrank vor diesen Einflüssen besser geschützt sind. Auffällig ist weiterhin, dass die Messwerte von T_S im Mittel ca. 5°C über den anderen Messungen liegen, dies lässt sich dadurch erklären, dass der ebenfalls im Schaltschrank positionierte PC zur Verarbeitung der Messwerte diesen etwas aufheizt.

Vergleicht man die Schwankungen der Temperaturmessungen der beiden Monate, so ist die Streuung der Messungen wie schon bei den Rissbreiten im Juni höher als im Oktober. Jedoch ist der Unterschied zwischen den Monaten weitaus geringer als bei den Rissbreiten, das deutet darauf hin, dass neben einem linearen Zusammenhang zwischen Rissbreite und Temperatur ebenfalls Zusammenhänge höheren Grades, wie z.B. ein quadratischer Zusammenhang bestehen könnte.

Im Folgenden sollen die Tagesverläufe der Temperatur- und Rissbreitenmessungen genauer betrachtet werden:

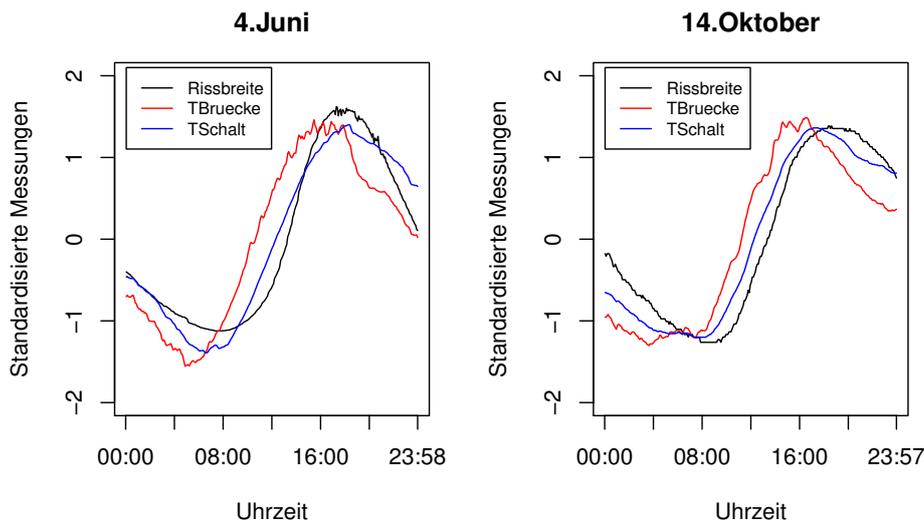


Abbildung 5: Standardisierte Rissbreiten und Temperaturmessungen am 4.6. und am 14.10.

In Abbildung 5 sind für jeweils einen Tag aus dem Juni und dem Oktober die Tagesverläufe der Rissbreiten, sowie der Temperaturmessungen T_B und T_S abgetragen. Um zu erreichen, dass Temperatur und Rissbreiten in derselben Größenordnung liegen, wurden die Messwerte standardisiert, sodass die Messreihen der jeweiligen Tage jeweils den Mittelwert $\bar{x} = 0$ und die Standardabweichung $s_x = 1$ besitzen. So lassen sich die Verläufe der Messwerte über die Tage vergleichen. An den meisten Tagen sind die Verläufe der

Temperatur und der Rissbreite sehr ähnlich und erinnern an eine Sinuskurve. Der Tiefpunkt der Messwerte wird meist in den Morgenstunden zwischen 6 und 8 Uhr erreicht, während die Höchstwerte in der Regel am frühen Nachmittag gemessen werden. Auch wenn diese Verläufe bei einem Großteil der betrachteten Tage ähnlich sind, liegen doch einige Ausnahmen vor, an denen sich Temperatur und Rissbreitenverlauf wenig ähneln bzw. die Sinusform nicht zu erkennen ist (Beispiele siehe Abbildung 16, Seite 47). Trotz dieser Ausnahmen, deuten die Tagesverläufe darauf hin, dass eine Berücksichtigung des sinusförmigen Temperatur und Rissbreitenverlaufes bei der späteren Modellierung sinnvoll sein könnte.

Weiterhin soll überprüft werden, ob die in Unterabschnitt 2.2 beschriebenen Schwebungen auch in den verwendeten Daten noch erkennbar sind und Ergebnisse verfälschen könnten:

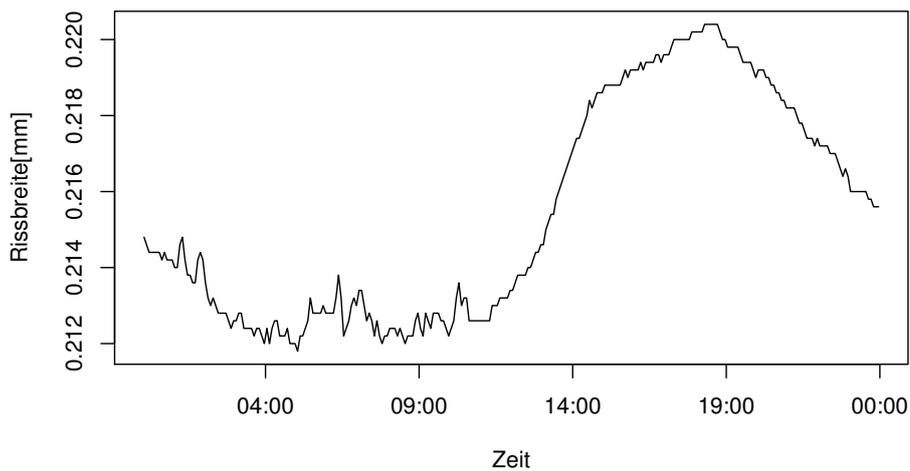


Abbildung 6: Zeitreihe der Rissbreiten des Wegaufnehmers WWN2 am 23. Oktober

Die einzige in den betrachteten Daten noch zu erkennende Schwebung, ist in Abbildung 6 dargestellt und fand am 23. Oktober um 9 Uhr statt. Da sich die Schwankungen der Messwerte im Bereich der Schwebung im tausendstel Millimeterbereich befinden und auf diesen einen Tag beschränken, sind die möglichen Auswirkungen auf Ergebnisse sehr gering, weshalb Schwebungen im weiteren Verlauf der Arbeit nicht weiter betrachtet oder speziell behandelt werden.

Insgesamt ist festzuhalten, dass das Verhalten der Rissbreiten in Lage und Streuung

in den beiden Monaten sehr unterschiedlich ist, der zeitliche Verlauf der Rissbreiten und Temperaturmessungen sich jedoch sehr ähnlich ist. Als mögliche funktionale Einflüsse der Temperatur, welche in einer Modellierung berücksichtigt werden können, sind neben einem linearen Zusammenhang ein möglicher quadratischer Zusammenhang und ein sinusförmiger Verlauf der Rissbreiten über einen Tag in den Daten erkennbar. Darüber hinaus sind Verfälschungen der Ergebnisse durch Schwabungen aufgrund der Betrachtung von bereits geglätteten Daten vernachlässigbar klein.

4.2 Anpassung über einzelne Monate

Aufgrund des im vorherigen Abschnitt dargestellten Unterschiedes zwischen den beiden Monaten, soll zunächst an jeden der beiden Monate ein separates lineares Modell angepasst werden.

4.2.1 Auswahl von potentiellen Einflussgrößen

Bevor jedoch eine Anpassung erfolgt, folgt ein kurzer Überblick über die verwendeten Einflussfaktoren. Aufgrund der Erkenntnisse aus dem vorherigen Abschnitt werden neben den linearen Temperatureinflüssen auch die quadratischen Temperaturen sowie der sinusförmige Tagesverlauf modelliert. Ebenso werden Wechselwirkungen zwischen den verschiedenen Temperaturmessungen berücksichtigt, da Temperaturunterschiede innerhalb des Bauwerks eine Belastung für eine Brücke darstellen, und somit einen potentiellen Einfluss auf die Rissbreite haben (Holst , 1998, S. 13f).

Als Bezeichnung für die beobachteten Daten, sowie Einflussfaktoren wird dafür im Folgendem, sowie im weiteren Verlauf dieser Arbeit, die folgende Notation verwendet:

Sei $D = \{1.6., \dots, 30.6., 1.10., \dots, 31.10.\}$ die Menge aller betrachteter Tage und $d_j \in D$ mit $j = 1, \dots, 61$. Sei weiterhin $i \in \{1, \dots, 288\}$, definiere $WWN2_{i,j}$ als die i -te Messung der Rissbreite an Tag d_j . Analog ist für T_l , $l \in \{B; L; S\}$; $T_{l,i,j}$ als die i -te Messung des Temperaturmessgerätes l am Tag d_j und $x_{i,j} = (WWN2_{i,j}, T_{B,i,j}, T_{L,i,j}, T_{S,i,j})^T$ als der i -te Beobachtungsvektor des Tages d_j definiert. Nach dem beschriebenen Schema lassen sich für alle $j = 1, \dots, 61$ und alle $i = 1, \dots, 288$ folgende, potentielle Einflussgrößen definieren:

Tabelle 3: Vermutete potentielle Einflussfaktoren für die Modellierung der Rissbreite mittels linearer Regression

Einfluss	Berechnung	Kürzel
Temperatur	$T_{l,i,j}$	T_l
Quadrierte Temperatur	$T_{l,i,j}^2$	T_l^2
Tagesverlauf mal Temperatur	$\sin(2\pi \frac{i}{288})T_{l,i,j}$	$\sin T_l$
Tagesverlauf mal quadrierte Temperatur	$\sin(2\pi \frac{i}{288})T_{l,i,j}^2$	$\sin T_l^2$
Wechselwirkung	$T_{l,i,j}T_{m,i,j} \quad l \neq m$	$T_l T_m$

In Tabelle 3 ist zu sehen, dass aus den Ergebnissen der deskriptiven Analyse sowie mechanischen Zusammenhängen 15 potentielle Einflussfaktoren abgeleitet wurden. Zusätzlich zu diesen potentiellen Einflüssen soll überprüft werden, ob weitere Einflüsse, welche häufig bei der Anpassung linearer Modelle genutzt werden, die Anpassung deutlich verbessern. Hierzu werden für jedes $l \in \{B; L; S\}$ zwei weitere potentielle Einflüsse betrachtet:

Tabelle 4: Weitere potentielle Einflussfaktoren für die Modellierung der Rissbreite mittels linearer Regression

Einfluss	Berechnung	Kürzel
Logarithmierte Temperatur	$\log(T_{l,i,j})$	$\log T_l$
Wurzel der Temperatur	$\sqrt{T_{l,i,j}}$	$\text{sqr}T_l$

Wie in Tabelle 4 erkennbar, wird zusätzlich überprüft, ob die logarithmierte Temperatur oder die Wurzel der Temperaturmessungen eine deutliche Verbesserung der Anpassungsgüte eines linearen Modells zur Folge haben, obwohl weder die deskriptive Analyse, noch die Literaturrecherche darauf vermuten lassen.

Um die für den weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten potentiellen Einflussgrößen festzulegen, wird zunächst die Anpassungsgüte dreier linearer Modelle je Monat verglichen. Zum einen ein einfaches lineares Modell, in dem die Rissbreite y durch die Temperaturmessungen $T_B; T_L; T_S$ modelliert wird. Zum anderen das lineare Modell, welches alle Einflussgrößen aus Tabelle 3 berücksichtigt und schließlich das lineare Modell welches alle Einflussgrößen aus Tabelle 3 und Tabelle 4 berücksichtigt.

Für die Anpassung der linearen Modelle wurden alle 8640 Beobachtungen aus dem Juni und alle 8928 Beobachtungen aus dem Oktober berücksichtigt. Für die Berechnung

der Modellanpassung wurde die R-Funktion lm und für die Berechnung des AIC Kriteriums die R-Funktion AIC verwendet.

Tabelle 5: Erster Modellvergleich für die lineare Regression über einzelne Monate

Betrachtete Einflussgrößen	Monat	R^2	adj. R^2	AIC
$T_B; T_L; T_S$	Juni	0.5379	0.5378	-35992
	Oktober	0.3534	0.3532	-69184
Siehe Tabelle 3	Juni	0.6944	0.6939	-39541
	Oktober	0.7654	0.765	-78211
Siehe Tabelle 3; Tabelle 4	Juni	0.6996	0.6989	-39678
	Oktober	0.7694	0.7689	-78354

Im Vergleich der Modellgüte aus Tabelle 5 ist zu sehen, dass die Hinzunahme der Einflüsse aus Tabelle 3, zusätzlich zu den unveränderten Temperaturmessungen zu einer deutlichen Verbesserung der Modellanpassung führen. Besonders deutlich wird diese Verbesserung bei der Betrachtung des R^2 und des adjustierten R^2 im Oktober, welche sich fast verdoppeln. Betrachtet man neben den vermuteten Einflüssen aus Tabelle 3 noch die aus Tabelle 4, verbessert sich die Anpassungsgüte nur noch sehr wenig. Das AIC Kriterium beispielsweise verbessert sich im Juni um ca. 0.34% und im Oktober um ca. 0.18%. Aufgrund dieser nur geringfügigen Verbesserungen der Anpassungsgüte und der Tatsache, dass weder die deskriptive Analyse der Daten, noch Literaturrecherche einen Hinweis darauf geben, dass ein Zusammenhang zwischen der Rissbreite und der logarithmierten Temperatur bzw. der Wurzel der Temperatur besteht, werden die Einflüsse aus Tabelle 4 im weiteren Verlauf der Arbeit nicht weiter betrachtet.

4.2.2 Vergleich der Monate

Im Folgenden soll für beide Monate, unter Betrachtung der potentiellen Einflussgrößen aus Tabelle 3 ein geeignetes Modell gefunden werden. Hierzu wird als Modellauswahlverfahren die Vorwärtsselektion mit Hilfe der R-Funktion $step$ unter Betrachtung des AIC Kriteriums verwendet. Für den Oktober wurde hierbei das volle Modell ausgewählt, im Juni das Modell mit allen potentiellen Einflüssen abgesehen von $\sin T_B$. Das für den Oktober ausgewählte Modell stimmt also mit dem zweiten Modell aus Tabelle 3 überein. Für das im Juni ausgewählte Modell gilt für die Modellgüte $R_{adj}^2 = 0.6939$ und $AIC = -39543$.

Es werden nun die Residuen dieser Modelle betrachtet, um zu entscheiden, ob die Modelle für das Erkennen möglicher Drahtbrüche im Spannbeton geeignet sind:

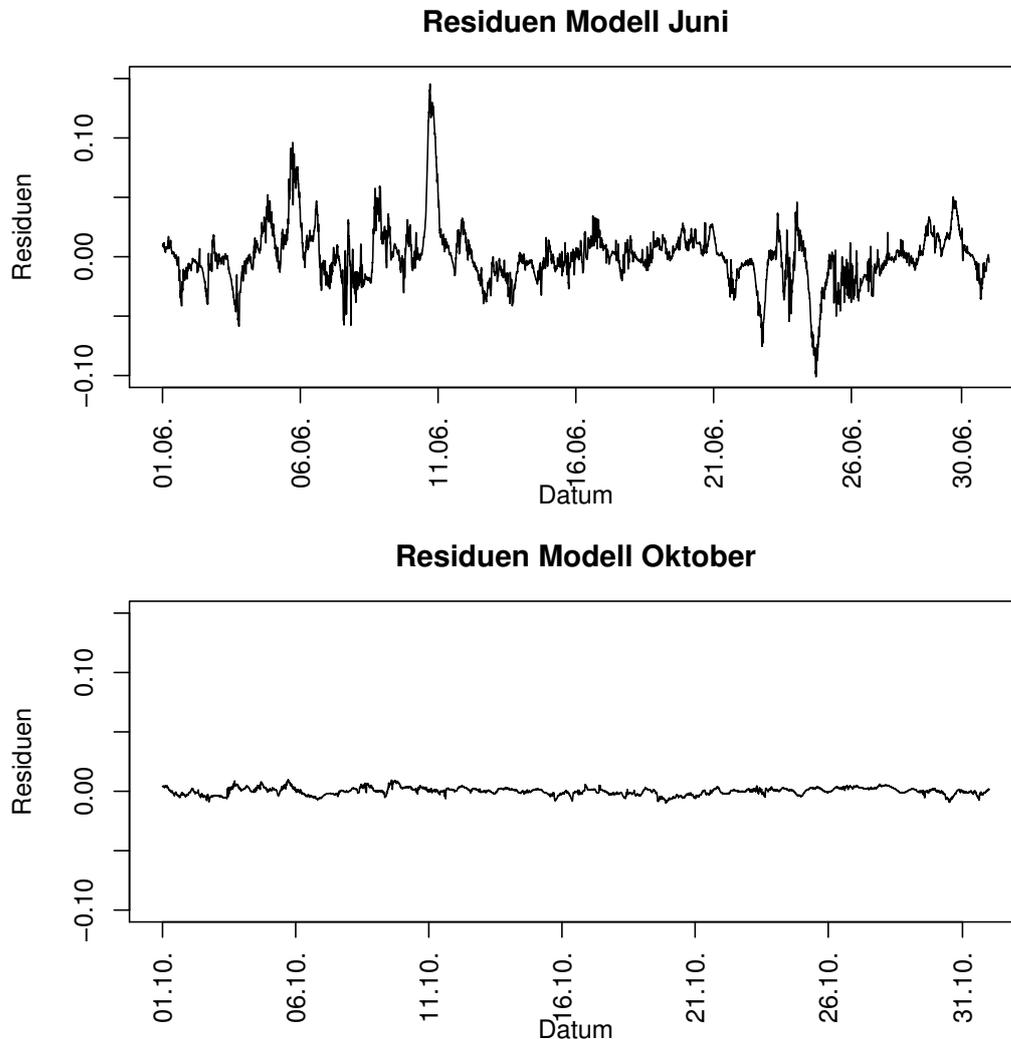


Abbildung 7: Zeitreihe der Residuen der ausgewählten linearen Regressionsmodelle über einzelne Monate

Betrachtet man die Abbildung 7, so ist zu erkennen, dass die Residuen im Juni wesentlich größer sind als im Oktober. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass die Streuung der Messwerte im Juni wesentlich höher ist und zudem die Modellanpassung im Oktober besser ist. In beiden Residualplots lassen sich jedoch Strukturen in den Residuen erkennen. So werden über gewisse Zeiträume die Rissbreiten unterschätzt (Residuen größer 0, z.B. am 10.6.) oder überschätzt (Residuen kleiner 0, z.B. am 20.10.). Es scheint, als

würden sich hier, wie schon in den Originaldaten, Tagesverläufe abzeichnen. Durch diese Struktur in den Residuen, ist zum einen die Annahme, die Residuen wären stochastisch unabhängig, sehr fragwürdig, zum anderen ist weiterhin nicht möglich dauerhafte Änderungen der Rissbreiten zu erkennen. Die Anpassung eines linearen Regressionsmodells über die einzelnen Monate scheint somit im Hinblick auf die Zielsetzung nicht sinnvoll.

4.3 Anpassung täglicher Modelle

Da im vorherigen Abschnitt, nach der Anpassung eines linearen Regressionsmodells, in den Residuen deutliche Unterschiede zwischen einzelnen Tagen erkennbar waren, soll nun jeweils eine Modellanpassung pro Tag vorgenommen werden. Dadurch sollen die teils unterschiedlichen Temperaturverläufe der einzelnen Tage berücksichtigt werden. Des Weiteren liefert jede Modellanpassung einen mit der Schätzung des Intercepts $\hat{\beta}_0$ einen Wert für die Rissbreite, für den alle Einflussfaktoren auf Null gesetzt werden. Ziel ist es, die Schätzungen dieser Intercepts für die verschiedenen Tage, insbesondere zwischen den beiden Monaten zu vergleichen, um so auf eine eventuelle, von der Temperatur unabhängige Rissbreitenänderung zu schließen.

Des Weiteren soll in diesem Abschnitt neben des linearen Regressionsmodells auch ein Kriging Modell an die Daten der jeweiligen Tage angepasst werden. Da das Kriging Modell nicht von unabhängigen Messwerten ausgeht, sondern auch eine Kovarianzstruktur modelliert, soll überprüft werden, ob dieser Ansatz zu einer deutlich besseren Modellierung der Daten führt, welche die Verwendung eines solchen, komplexeren und rechenintensiveren Methode rechtfertigt.

4.3.1 Lineare Regression

Zunächst werden lineare Regressionsmodelle an die jeweiligen Tage angepasst. Es stehen hierbei für jeden Tag 288 Beobachtungen zur Verfügung. Als potentielle Einflussfaktoren werden alle in Tabelle 3 aufgeführten Variablen berücksichtigt. Als Verfahren zur Variablenselektion wird erneut die Vorwärtsselektion verwendet. Zu beachten ist hierbei, dass für jedes Tagesmodell dieselben Einflussfaktoren berücksichtigt werden sollen, sodass sich die verschiedenen Modelle nur bezüglich des Parametervektors β unterscheiden. Deshalb wird die Kombination von Einflussfaktoren gewählt, welche den kleinsten Median der

AIC's über alle Tagesmodelle liefert. Da für diese Vorgehensweise keine R-Funktion vorhanden ist, wurde die Funktion *Vorwaertsm* implementiert und verwendet (Siehe Listing 1; S. 48). Der Median wurde als robustes Lagemaß gegenüber dem arithmetischen Mittel vorgezogen, da so Einflussfaktoren, welche nur bei wenigen Tagen zu einer Verbesserung der Anpassung führen, eine geringere Chance haben in die Modellierung aufgenommen zu werden. Ausgewählt wurde nach diesem Prinzip das volle Modell mit allen Einflussgrößen aus Tabelle 3.

Zunächst wird die Anpassungsgüte der Modelle betrachtet:

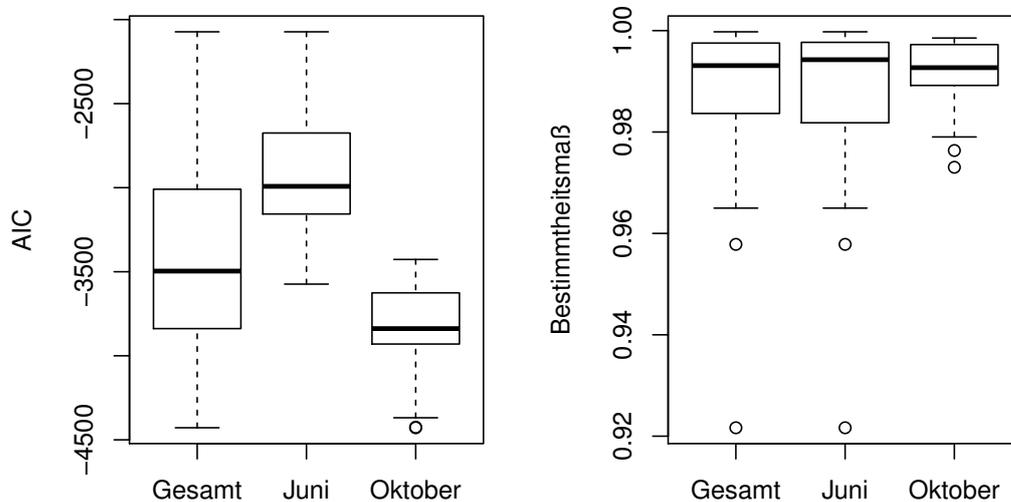


Abbildung 8: Boxplots der AIC's und der Bestimmtheitsmaße jeweils für alle Tage und nach Monaten für die lineare Regression über einzelne Tage

Betrachtet man die Werte der AIC's der Modelle in Abbildung 8, so ist auffällig, dass die Anpassung bezüglich des AIC Kriteriums im Oktober deutlich besser ausfällt als im Juni. Betrachtet man die Bestimmtheitsmaße der angepassten Modelle, so ist zu sehen, dass die generelle Anpassung der Modelle sehr gut ist, da selbst das Modell mit dem geringsten Bestimmtheitsmaß ($R^2 = 0.922$) einen hohen Wert aufweist. Auch hier ist die Anpassungsgüte im Oktober leicht besser. Insgesamt ist die Anpassungsgüte wesentlich besser als im vorherigen Abschnitt. Die Residuen der Modelle befinden sich maximal im $\frac{1}{1000}$ Millimeter Bereich, also im Bereich der Messgenauigkeit des betrachteten

Wegaufnehmers (Beispiele Siehe Abbildung 17, S. 47). Aufgrund dieser guten Modellanpassung wird nun überprüft, ob die geschätzten Intercepts $\hat{\beta}_0$ der Modelle wie vermutet, interpretierbare und von der Temperatur unabhängige Datenpunkte liefern, mit denen eventuelle dauerhafte Rissbreitenänderungen zu erkennen sind.

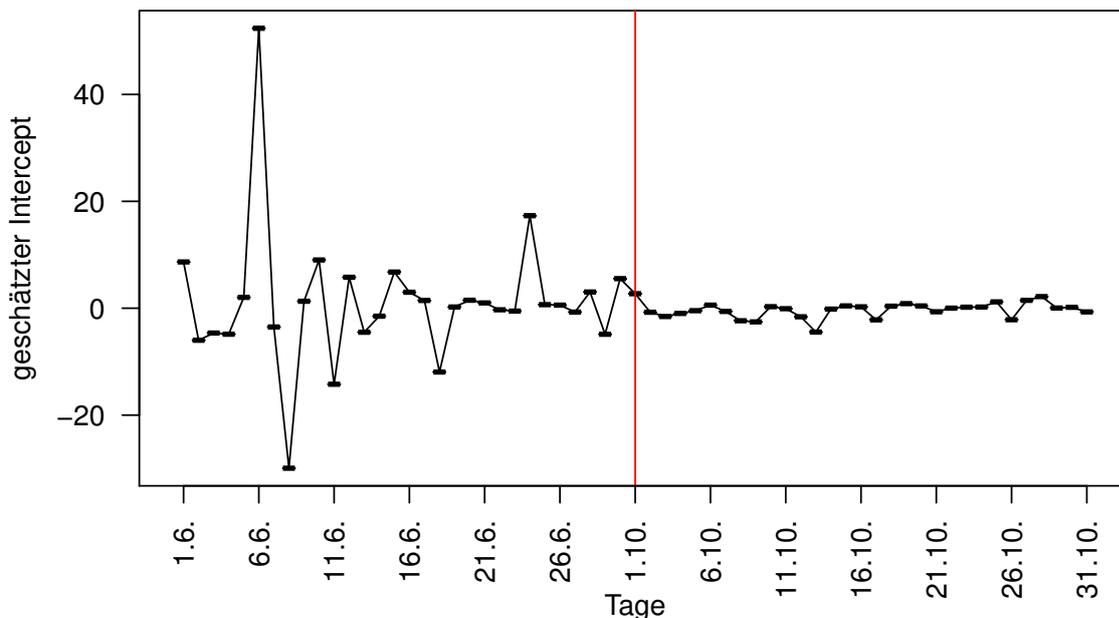


Abbildung 9: Geschätzte Intercepts β_0 der linearen Regressionsmodelle über einzelne Tage

Abbildung 9 zeigt, dass die geschätzten Intercepts der linearen Modelle wesentlich stärker streuen als die Originaldaten. Am 6. Juni wird dabei mit 52 der höchste und am 8. Juni mit -30 der niedrigste Wert geschätzt. Im Oktober streuen die Intercepts wesentlich weniger, jedoch gibt es auch hier Werte, wie z.B. $\hat{\beta}_0 = -4,46$ am 13. Oktober beobachtet werden, welche weit außerhalb des Wertebereichs der Originaldaten liegen. Der Grund hierfür könnte an dem Fehlen von Temperaturmessungen im Bereich von 0°C und der Annahme unabhängiger Beobachtungen im linearen Modell liegen. Sodass die Änderung der Rissbreite im Bereich zwischen den beobachteten Temperaturen und den Nullpunkten durch das Modell überschätzt wird. Aufgrund dieser starken Streuung der geschätzten Intercepts ist es nicht möglich, diese als temperaturunabhängige Rissbreiten zu interpretieren. Eine Untersuchung dieser Intercepts im Hinblick auf die Zielsetzung ist deshalb nicht sinnvoll.

4.3.2 Kriging Modell

Zusätzlich zu der Anpassung von linearen Regressionsmodellen an die einzelnen Tage, sollen nun Kriging Modelle an die Rissbreiten der jeweiligen Tage angepasst werden. Im Kriging Modell wird die Unabhängigkeit der Beobachtungen anders als bei der linearen Regression, nicht angenommen und stattdessen die Korrelation zwischen den Beobachtungen modelliert. Diese geschätzten Korrelationen werden im universellen Kriging Modell auch bei der Schätzung der Trendparameter β berücksichtigt. Deshalb soll hier ein universelles Kriging Modell an die Rissbreiten eines jeden Tages angepasst werden. Auch von diesen Modellen werden im Folgendem die Intercepts betrachtet und untersucht, ob diese durch die Modellierung der Abhängigkeiten besser interpretierbar und im Hinblick auf die Problemstellung zielführend sind.

Dadurch, dass für die Anpassung des Kriging Modells die geschätzte Kovarianzmatrix C invertiert werden muss, ist die Anpassung des Kriging Modells sehr rechenaufwendig. Die Anpassung einzelner Kriging Modelle für die 288 Beobachtungen ist für Schreibtischrechner mit aktueller Technik zwar kein Problem, die Durchführung einer Variablenselektion wie im vorherigen Abschnitt würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Aus diesem Grund wird für die Daten eines jeden Tages ein universelles Kriging Modell angepasst, wobei die Einflussfaktoren für die Trendfunktion die Beobachtungen der drei Temperaturmesser des jeweiligen Tages sind (d.h. $F = [1^{288}, T_B, T_L, T_S]$). Für die Modellierung der Kovarianzmatrix wird zudem noch die Zeit als Einflussfaktor betrachtet, und zwar anhand der Nummer der Messung am jeweiligen Tag. Definiert man den Vektor als $t := (1, \dots, 288)^T$, so ist die Matrix X der Einflussfaktoren für jeden Tag gegeben als $X = [T_B, T_L, T_S, t]$.

Anstelle der Variablenselektion, welche aus beschriebenen Rechenzeitgründen nicht durchgeführt werden kann, sollen zunächst die verschiedenen Kernfunktionen aus Unterabschnitt 3.2.3 bezüglich ihrer Anpassungsgüte verglichen werden, um eine optimale Anpassung der Modelle mit den gegebenen Einflussfaktoren zu gewährleisten. Die Exponentialkernfunktion wurde als Spezialfall der Power-Exponential Funktion nicht berücksichtigt. Für die Anpassung der Kriging-Modelle wurde die Funktion km aus dem R-Paket „DiceKriging“ verwendet (Roustant et al., 2012). Zur Berechnung der Residuen, und des Bestimmtheitsmaßes der Modelle, wurde aufgrund der Interpolationseigenschaft des Modells auf die Werte der Datenmatrix X eine Realisation der Zufallsvariable $\epsilon \sim N(0, 10^{-12})$ addiert. Für die Berechnung des AIC Kriteriums wurde, die von der

Funktion km berechnete, Log-Likelihood der Modelle verwendet. Die Anzahl der geschätzten Parameter setzt sich aus 4 Trendparametern $\hat{\beta} = \hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_3$; einen Streuungsparameter $\hat{\sigma}$; dem nugget-Effekt $\hat{\tau}$ und den Parametern der Kernfunktion zusammen. So erhält man als Anzahl geschätzter Parameter 14 für die Power-Exponentialfunktion und 10 für die restlichen Kernfunktionen.

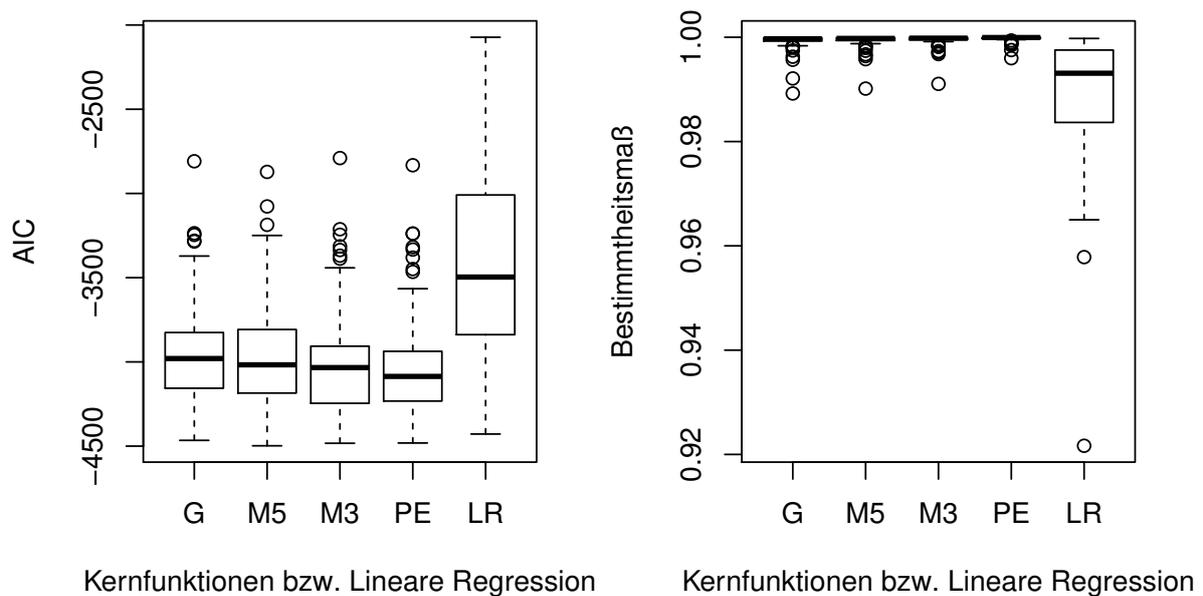


Abbildung 10: Boxplots der AIC's und der Bestimmtheitsmaße aller Kriging Modelle für einzelne Tage: Vergleich der Kernfunktionen zur Linearen Regression über einzelne Tage

In Abbildung 10 ist zu sehen, dass die Anpassungsgüte der Modelle unabhängig von der verwendeten Kernfunktion bezüglich beider betrachteter Kriterien, besser ist als bei der linearen Regression. Vor allem die sehr großen Werte des Bestimmtheitsmaßes sprechen für eine sehr gute Anpassung der Modelle an die Daten. Vergleicht man die verschiedenen Kernfunktionen, so ist auffällig, dass die Modellanpassung für alle Kernfunktionen ähnlich gut ist. Trotz dieser Ähnlichkeit, ist für die Power-Exponentialfunktion bei beiden Kriterien ein leichter Vorteil zu erkennen. Aufgrund der leicht besseren Anpassungsgüte der Power-Exponentialfunktion werden im weiteren Verlauf dieses Abschnitts die Modelle, mit der Power-Exponentialfunktion als Kernfunktion betrachtet.

Zunächst werden exemplarisch die Residuen zweier Tagesmodelle betrachtet, um zu

überprüfen ob trotz der Modellierung der Abhängigkeiten im Kriging Modell noch Struktur in den Residuen vorhanden ist.

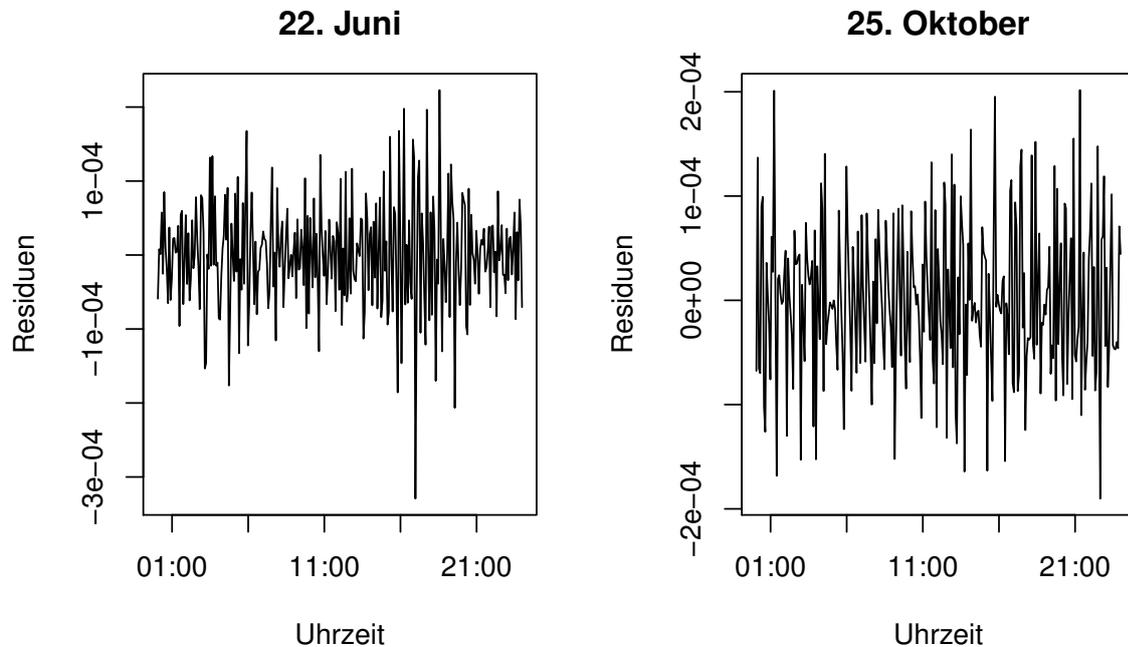


Abbildung 11: Zeitreihe der Residuen der Kriging Modelle mit einer Power-Exponentialfunktion als Kernfunktion für den 22.6. und den 25.10.

In Abbildung 11 ist zu sehen, dass sich die Residuen im Zehntausendstel Millimeter Bereich und damit im Bereich der Auflösung der Daten befinden, da diese feiner ist als die Messgenauigkeit des Wegaufnehmers, handelt es sich hierbei vermutlich lediglich um Messungenauigkeiten. Ebenso ist keine Struktur in den Residuen erkennbar, was darauf hindeutet, dass die Abhängigkeiten zwischen den Beobachtungen gut modelliert wurden.

Wie schon im vorherigen Abschnitt besteht das Ziel darin, dauerhafte Änderungen der Rissbreiten durch die Betrachtung der geschätzten Intercepts der Modelle zu erkennen. Hierzu wird wie schon in vorherigem Abschnitt zunächst überprüft, ob die Intercepts der Modelle interpretierbare Werte annehmen:

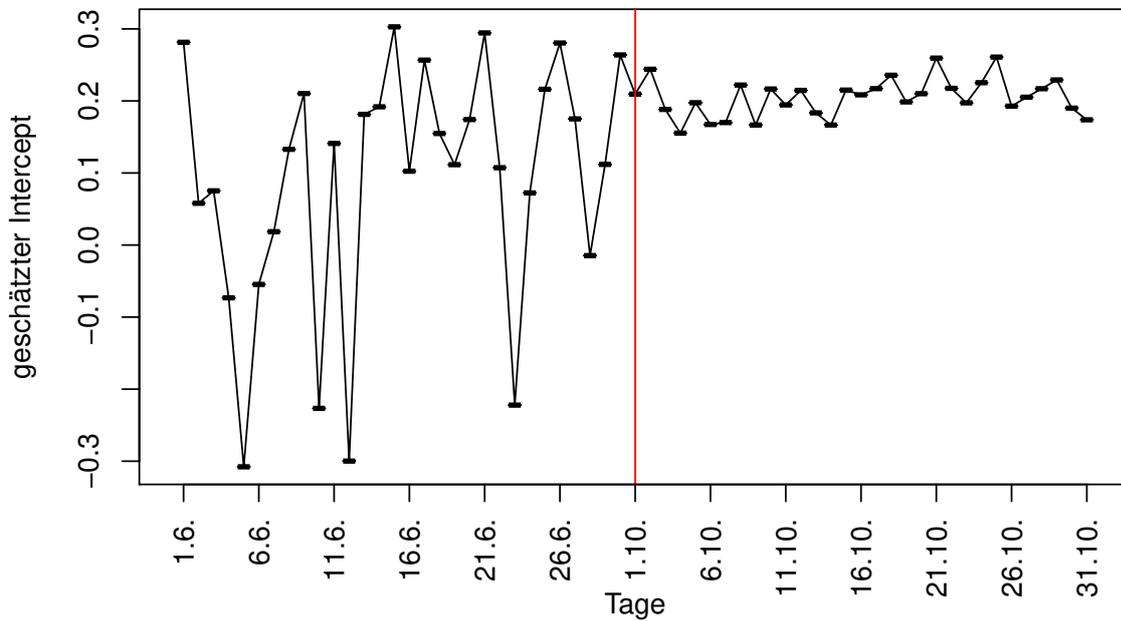


Abbildung 12: Geschätzte Intercepts $\hat{\beta}_0$ der Kriging Modelle über einzelne Tage

Die Betrachtung der geschätzten Intercepts $\hat{\beta}_0$ der angepassten Kriging Modelle mit Power-Exponential-Kernfunktion in Abbildung 12 zeigt, dass die Intercepts im Betrag deutlich kleiner sind als bei der linearen Regression. Besonders im Oktober liegen die Intercepts zwischen $0,15$ und $0,26\text{mm}$ und sind somit problemlos als temperaturbereinigte Rissbreiten zu interpretieren. Im Juni treten jedoch deutlich größere Schwankungen der Intercepts auf, was dazu führt, dass Werte im Bereich von $-0,3\text{mm}$ geschätzt werden. Diese negativen Intercepts sind nicht mehr als Rissbreiten interpretierbar, auch wenn berücksichtigt wird, dass es aufgrund der per Hand gemessenen Startwerte der Rissbreiten durchaus zu Abweichungen von $0,1\text{mm}$ gegenüber der realen Rissbreiten kommen kann. Hinzu kommt, dass die Anpassung eines Kriging Modells zusätzlich kritisch zu sehen ist, da alle in der Trendfunktion berücksichtigten Einflussgrößen ebenfalls bei der Schätzung der Kovarianzmatrix betrachtet werden. Für die hier betrachteten Daten bedeutet das, dass zwei Beobachtungen, welche zeitlich weit auseinander liegen, an denen jedoch ähnliche Temperaturen gemessen werden, eine hohe Korrelation zugesprochen wird. Diese Modellierung ist sehr kritisch zu sehen, da die Zeit die einzige Variable ist, für die es sinnvoll erscheint nahe beieinander liegenden Beobachtungen eine hohe Korrelation zuzusprechen. Aus diesen Gründen wird auch hier trotz der guten Anpassung der

Tagesmodelle auf eine weitere Untersuchung der Intercepts verzichtet. Insgesamt wird im weiteren Verlauf der Arbeit nicht weiter auf die Klasse der Kriging Modelle eingegangen, da es im Vergleich zur linearen Regression im Hinblick auf die Zielsetzung keine entscheidenden Vorteile mit sich bringt und auch die Modellierung der Kovarianzen im Falle der vorliegenden Daten kritisch zu sehen ist.

4.4 Tage als Einflussvariable

Die deutlich bessere Anpassungsgüte der Tagesmodelle, im Vergleich zu denen über einen Monat, hat die Vermutung, die unterschiedlichen Tage haben einen Einfluss auf die Rissbreiten, bestätigt. Da die Anpassung der Tagesmodelle jedoch keine interpretierbaren Ergebnisse liefert, wird nun ein lineares Regressionsmodell über beide Monate angepasst, wobei die Tage als Einflussgröße betrachtet werden. Hierzu werden zwei Ansätze überprüft: Zum einen wird die durchschnittliche Temperatur des Vortages als Einflussgröße und zusätzlich der Monat als binärer Einfluss betrachtet. Zum anderen sollen die verschiedenen Tage als Faktorvariable mit 61 Ausprägungen betrachtet werden.

4.4.1 Durchschnittliche Tagestemperatur

Zunächst wird der Einfluss der verschiedenen Tage durch die Durchschnittstemperatur des Vortages modelliert. Ebenso soll der Monat als binäre Einflussvariable betrachtet werden, um einen direkten Vergleich zwischen den Monaten zu ermöglichen. Zusätzlich zu den potentiellen Einflüssen aus Tabelle 3, werden demnach noch vier weitere Einflussfaktoren betrachtet.

Tabelle 6: Zusätzlich betrachtete Einflussfaktoren für die lineare Regression mit Tageseinfluss

Einfluss	Berechnung	Kürzel
Mittlere Vortagstemperatur	$\frac{1}{288} \sum_{i=1}^{288} T_{l,i,j-1} \forall d_j \in D$	$T_{V,l}$
Monat der Beobachtung	0, falls $j \in \{1, \dots, 30\}$; 1 sonst	M

In Tabelle 6 sind die zusätzlichen Einflussgrößen, ihre Berechnungsvorschrift, sowie ihre

Kurzbezeichnung aufgeführt. Da für den 1. Juni keine Temperaturen für den Vortag vorliegen, wird dieser Tag in der Modellanpassung nicht berücksichtigt.

Wie schon bei den vorherigen Anpassungen linearer Regressionsmodelle, wird auch hier eine Vorwärtsselektion unter Betrachtung des AIC Kriteriums durchgeführt. Hierbei kann, wie bereits in Unterabschnitt 4.2, auf die R-Funktion *step* zurückgegriffen werden. Wie schon bei den anderen durchgeführten Variablenselektionen werden die meisten potentiellen Einflüsse in das Modell aufgenommen. Lediglich die Wechselwirkung $T_L T_S$ zwischen der Temperatur an der Brückenoberseite und der im Schaltkasten wird nicht in das Modell aufgenommen. Das AIC für das ausgewählte Modell beträgt $AIC = -92009,4$. Das Bestimmtheitsmaß, ist mit $R^2 = 0,8593$ besser als die Bestimmtheitsmaße aus Unterabschnitt 4.2.

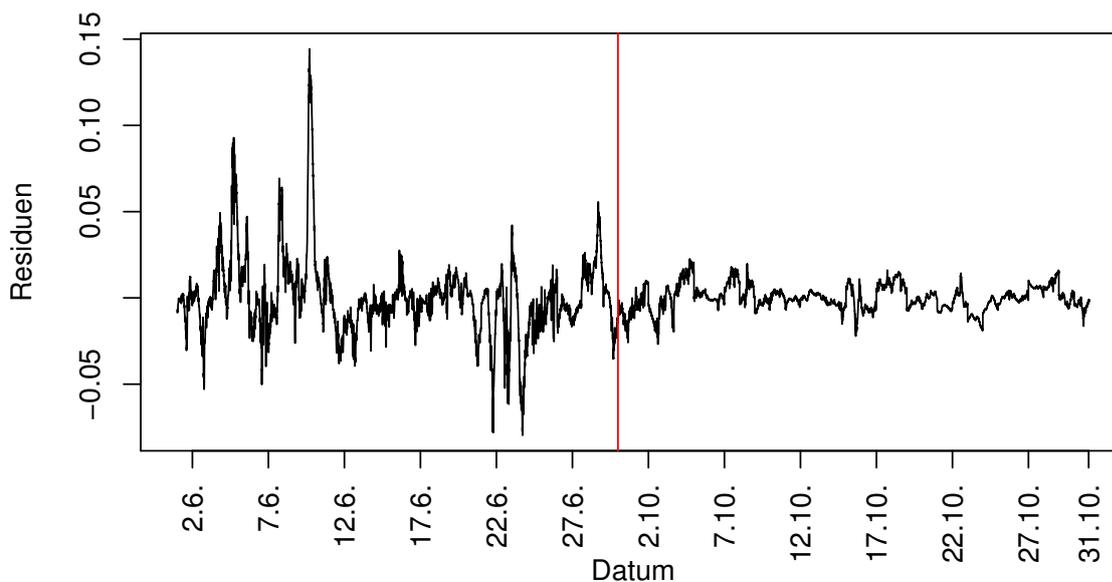


Abbildung 13: Zeitreihe der Residuen des linearen Regressionsmodells über beide Monate mit der durchschnittlichen Vortagstemperatur als Einflussgröße

Die in Abbildung 13 dargestellten Residuen des Modells bestätigen die leicht bessere Anpassungsgüte im Vergleich zu den Modellen aus Unterabschnitt 4.2. Jedoch sind nach wie vor Strukturen innerhalb der Residuen erkennbar. Der Effekt der einzelnen Tage konnte demnach nicht optimal modelliert werden. Insgesamt weist das Modell ähnliche

Schwächen auf wie die Anpassungen aus Unterabschnitt 4.2, wenn auch in etwas geringerem Ausmaße. Ein Grund hierfür könnte sein, dass die Vortagstemperatur nicht alle Beobachtungen des betrachteten Tages im gleichen Maße beeinflusst. Die Vermutung liegt nahe, dass eine Beobachtung am Morgen eines Tages stärker von der Vortagstemperatur abhängt, als eine Beobachtung am Abend, da bei dieser der Vortag schon weiter in der Vergangenheit liegt. Eine potentielle Lösung hierfür könnte darin bestehen, die Temperatur über ein festes Zeitintervall (z.B. 24h), welches der Messung vorausgeht, zu mitteln, um so einen für alle Beobachtungen einheitlichen Einfluss zu erhalten.

Ein Vorteil dieses Modells ist, dass die Monate, aufgrund der binären Einflussgröße, welche den Monat der jeweiligen Beobachtung berücksichtigt, direkt vergleichbar sind. Der Monateffekt wurde mit $\beta_M = -0,01$ geschätzt, demnach ist bezüglich dieses Modells die Rissbreite im Oktober unter Betrachtung aller anderen Einflüsse um $0,01mm$ geringer als im Juni. Aufgrund der noch bestehenden Nachteile dieses Modells, wird dieser Monateinfluss zunächst nicht weiter interpretiert bzw. untersucht, sondern ein weiterer Ansatz für die Modellierung der Tageseinflüsse über beide Monate betrachtet.

4.4.2 Tage als Faktorvariable

In diesem Abschnitt wird erneut ein lineares Regressionsmodell über beide Monate gemeinsam angepasst. Hierbei soll, bezüglich der Zielsetzung die Idee aus Unterabschnitt 4.3 aufgegriffen werden. Ziel ist es also, für jeden Tag eine möglichst temperaturunabhängige, interpretierbare Beobachtung zu generieren, um diese auf dauerhafte Änderungen der Rissbreite zu untersuchen.

Hierzu wird der Tag an dem die jeweilige betrachtete Messung stattfand als zusätzliche Einflussgröße bei der Modellanpassung berücksichtigt. Da die Einflussgröße Tag ein kategorialer Einfluss mit 61 möglichen Ausprägungen $d_j \in D$ innerhalb der betrachteten Daten ist, muss, um ein lineares Regressionsmodell an die Daten anzupassen, die kategoriale Variable d in 60 binäre Hilfsvariablen, sogenannte Dummy-Variablen, transformiert werden. Diese 60 Variablen $D_m; m = 2, \dots, 61$ werden für alle vorhandenen Beobachtungen wie folgt definiert:

$$D_{m,i,j} = \begin{cases} 1 & \text{falls } m = j \\ 0 & \text{falls } m \neq j \end{cases}$$

Durch diese Definition, wird bei der Anpassung eines linearen Modells für jede der Dummy-Variablen ein Parameter $\hat{\beta}_{D_j}$ geschätzt. Dieser Parameter ist interpretierbar, als der Unterschied in der mittleren Rissbreite des jeweiligen Tages im Vergleich zum 1. Juni, für den keine Dummy-Variable angelegt wurde. Demnach kann zusammen mit dem Intercept $\hat{\beta}_0$ des Modells die Summe $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_{D_j} \forall j = 2, \dots, 61$ bzw. der Wert $\hat{\beta}_0$ für den 1. Juni als die mittlere Rissbreite des jeweiligen Tages nach Berücksichtigung der anderen Einflussgrößen aufgefasst werden.

Ein Nachteil dieser Definition ist, dass sowohl die durchschnittlichen Vortagstemperaturen, aus dem vorherigen Abschnitt nicht berücksichtigt werden können, da sonst lineare Abhängigkeiten zwischen den Einflussgrößen vorhanden sind. Aus dem gleichen Grund wird ebenfalls der Monat nicht als separate Einflussgröße betrachtet. Insgesamt werden die Tage wie beschrieben und die Einflüsse aus Tabelle 3 als potentielle Einflussgrößen betrachtet.

Als Verfahren für die Variablenselektion wird erneut die Vorwärtsselektion unter Betrachtung des AIC Wertes verwendet. Auch hier kommt dabei erneut die R-Funktion *step* zum Einsatz. Die Besonderheit hierbei ist, dass entweder alle oder keine Dummy-Variablen für die Modellierung des Tageseffektes in das Modell aufgenommen werden. So wird sichergestellt, dass für jeden Tag ein Schätzwert gegeben ist, der weiter betrachtet werden kann, falls der modellierte Tageseffekt einen relevanten Einfluss auf die Rissbreite hat.

In dem, durch die Variablenselektion ausgewählten Modell, wird wie schon im vorherigen Abschnitt, nur eine der betrachteten potentiellen Einflussgrößen nicht in das Modell aufgenommen: Die Wechselwirkung $T_B T_L$ zwischen der Temperatur der Brückenober- und Unterseite. Das AIC des ausgewählten Modell beträgt $AIC = -105664$, das Bestimmtheitsmaß ist mit $R^2 = 0,9289$ die Anpassungsgüte ist damit deutlich besser als bei dem Modell im vorherigem Abschnitt.

Bevor die Interpretierbarkeit bezüglich der Zielsetzung untersucht wird, werden zunächst die Residuen des Modells betrachtet, um beurteilen zu können, ob sich die bessere Anpassungsgüte auch darin widerspiegelt, dass weniger Struktur in den Residuen erkennbar ist.

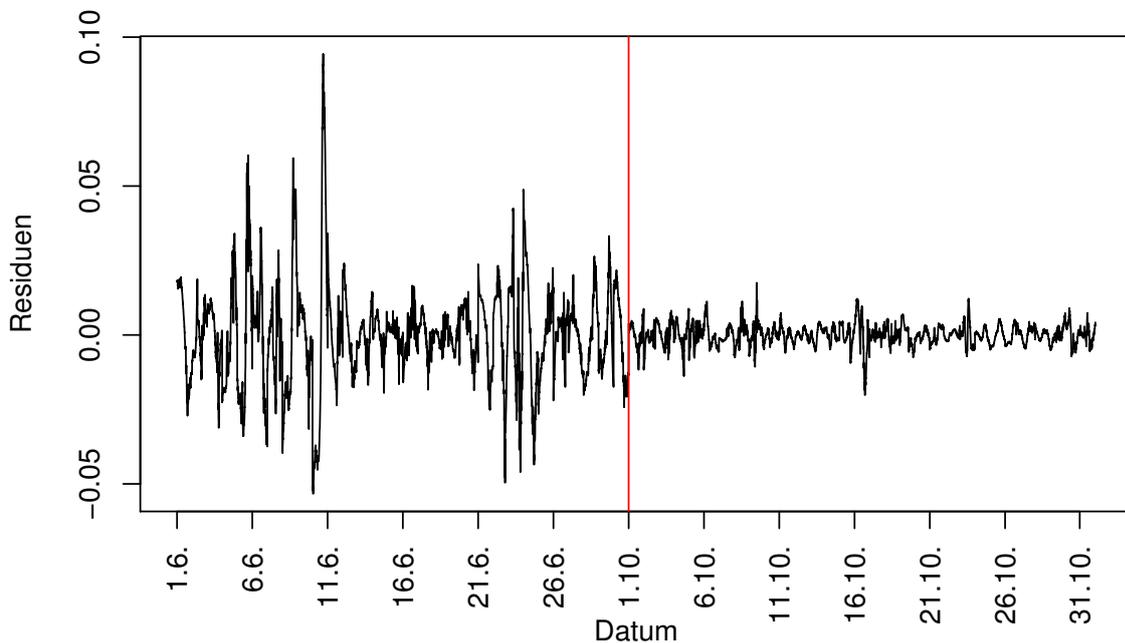


Abbildung 14: Zeitreihe der Residuen des linearen Regressionsmodells über beide Monate mit einem Tageseinfluss als Faktorvariable

In Abbildung 14 ist sichtbar, dass in den Residuen des ausgewählten Modells immer noch Strukturen erkennbar sind. Gleiches Verhalten der Residuen über längere Zeiträume ist jedoch weniger deutlich zu erkennen und die Residuen scheinen öfter zwischen negativen und positiven Werten zu springen als in den vorherigen Anpassungen über mehrere Tage. Auffällig ist darüber hinaus, dass am 17. Oktober mehrere sehr kleine Residuen durch das Modell geschätzt wurden, was bei den anderen Anpassungen über mehrere Tage nicht der Fall war. Grund hierfür könnte sein, dass dieses Modell vor allem an warmen Tagen eine schlechtere Anpassung liefert. Grund für diese Annahme ist, dass an den wärmeren Tagen im Juni die betragslich größten Residuen beobachtet wurden und am 17. 10. abgesehen vom Monatsanfang, die höchsten Temperaturwerte im Oktober gemessen wurden.

Insgesamt ist die Anpassung des ausgewählten Modells, verglichen mit den anderen Anpassungen über längere Zeiträume das beste betrachtete Modell, jedoch sind immer noch zeitliche Abhängigkeiten in den Residuen erkennbar, und die Streuung an warmen Tagen höher.

Es werden nun die geschätzten mittleren Rissbreiten der einzelnen Tage betrachtet, um

sie auf Interpretierbarkeit als möglichst temperaturunabhängige Beobachtungen, bezüglich der Zielsetzung, zu überprüfen. Die Rissbreiten berechnen sich wie oben beschrieben durch $\hat{\beta}_0$ für den 1. Juni, und $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_{D_j}$ für den 2. Juni bis 31. Oktober.

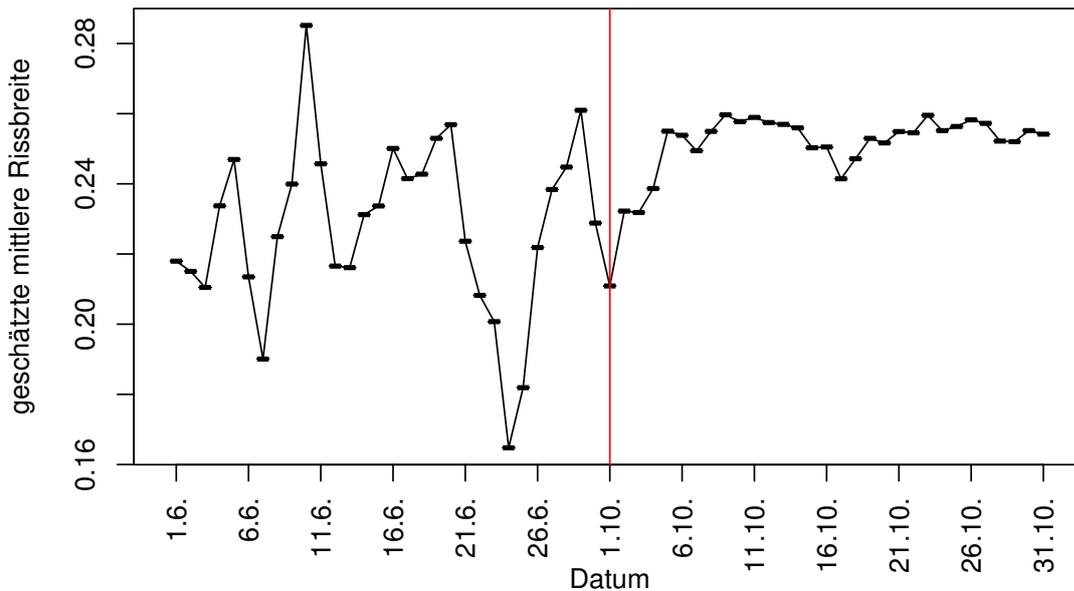


Abbildung 15: Zeitreihe der, durch das lineare Regressionsmodell mit Tageseinfluss als Faktorvariable geschätzten, mittleren Rissbreiten ohne Temperatureinfluss

In Abbildung 15 ist zu sehen, dass die abgetragenen Werte alle im Bereich von 0,16 bis 0,3mm liegen. Damit sind die Werte als Rissbreiten interpretierbar. Auffällig ist, dass die geschätzten Rissbreiten im Oktober im Mittel größer sind als im Juni und Anfang Oktober stark ansteigen, und danach ihr Niveau in etwa beibehalten. Dies könnte auf eine dauerhafte Rissbreitenänderung Anfang Oktober hindeuten.

Trotz der Interpretierbarkeit sind einige Probleme in der Darstellung erkennbar. Zum einen ist die Streuung der Werte im Juni deutlich größer, zum anderen sind einige Ähnlichkeiten im zeitlichen Verlauf der abgetragenen Rissbreiten und dem inversen Temperaturverlauf über beide Monate zu erkennen. Beispielsweise sinkt die geschätzte Rissbreite am 25. Juni auf ihr Minimum, nachdem am 23. Juni die höchste Temperatur gemessen wurde. Ebenso steigt die Rissbreite Anfang Oktober, während die Temperatur fällt. Die Unabhängigkeit dieser Schätzwerte von der Temperatur ist somit nach wie vor kritisch zu sehen.

Da es sich unter Betrachtung der Interpretierbarkeit und der Anpassungsgüte um das Beste der betrachteten Modelle handelt, soll überprüft werden, ob die beobachtete Änderung der geschätzten Rissbreiten Signifikanzen aufweist.

4.5 Tests auf Rissbreitenerhöhung

In diesem Abschnitt soll, für die aus den Tageseinflüssen geschätzten, mittleren Rissbreiten aus Abbildung 15, untersucht werden, ob ein signifikanter Unterschied zwischen den Werten im Juni und im Oktober vorliegt. Zu beachten ist hierbei, dass mit dem betrachteten Modell, noch nicht die optimale Modellierung der Daten gelungen ist. Somit würde eine signifikante Erhöhung der betrachteten Werte zwischen Juni und Oktober noch nicht zwangsläufig auf einen Drahtbruch innerhalb des Spannbetons der Brücke hindeuten. Vielmehr wäre eine solche Signifikanz, ein Grund die Brückenmonitoringdaten weiter zu untersuchen, um eine bessere Anpassung zu finden, da das beste bisher gefundene Modell auf eine Erhöhung der Rissbreiten hindeutet.

Es werden in diesem Abschnitt, zwei Teststrategien berücksichtigt: Die geschätzten mittleren Rissbreiten im Juni und Oktober sollen mithilfe des Welch-Tests und eines Zweistichproben Relevanztests verglichen werden. Beide Testverfahren werden betrachtet, da diese die beiden Monate auf unterschiedliche Weisen vergleichen, welche beide bezüglich der Zielsetzung sinnvoll erscheinen.

Sei im Folgendem $y = (y_1, \dots, y_{30})^T$ der Vektor der Werte aus Abbildung 15 im Juni und $z = (z_1, \dots, z_{31})^T$ der Vektor dieser Werte im Oktober. Diese Vektoren werden im Folgendem als Realisationen der unabhängig identisch verteilten Zufallsvariablen J_1, \dots, J_{30} für den Juni bzw. O_1, \dots, O_{31} für den Oktober aufgefasst. Der Welch-Test vergleicht hierbei die Differenz der Erwartungswerte der beiden Zufallsvariablen mit einem festgelegten Wert c . Das Testproblem ist gegeben durch:

$$H_0 : \mu_O - \mu_J \leq c \text{ vs. } H_1 : \mu_O - \mu_J > c \text{ mit } E(J_1) = \mu_J \text{ und } E(O_1) = \mu_O$$

Ein Vorteil des Welch-Tests ist es, dass dieser verschiedene Streuungen der beiden Stichproben berücksichtigt. Bei den betrachteten Werten, unterscheidet sich die Streuung der Rissbreite zwischen den beiden Monaten deutlich. Jedoch gibt der Welch-Test nicht an, wie groß bzw. wie relevant der Unterschied der Differenz der Erwartungswerte zum

Wert c ist. Der Relevanztest hingegen überprüft, ob die Differenz der Erwartungswerte innerhalb eines von der Standardabweichung σ der Daten abhängigen Intervalls liegt. Das Testproblem ist für vorher festgelegtes $\delta > 0$ gegeben durch:

$$H_0 : |\mu_O - \mu_J| \leq \delta\sigma \text{ vs. } H_1 : |\mu_O - \mu_J| > \delta\sigma$$

Es wird also getestet, ob der Unterschied der Erwartungswerte bezüglich der Streuung der Daten relevant ist. Der Welch-Test soll aber dennoch mitbetrachtet werden, da der Relevanztest für die hier vorliegenden Daten nicht optimal ist. Der Relevanztest geht von einer konstanten Streuung über beide Stichproben aus und Abweichungen in beide Richtungen werden berücksichtigt, auch wenn nur eine Erhöhung der Rissbreiten im Oktober von Interesse ist.

Da mehrere Testverfahren betrachtet werden, welche außerdem für verschiedene Werte c bzw. δ betrachtet werden sollen, handelt es sich bei dieser Untersuchung um ein multiples Testproblem und es muss sichergestellt werden, dass ein globales Niveau α eingehalten wird. Verwendet wird hierzu das serial gatekeeping aus Unterabschnitt 3.6. Hierzu werden die zu testenden Hypothesen sogenannten Familien F_1, \dots, F_k zugewiesen. Im vorliegenden Fall besteht jede Familie aus einem Hypothesenpaar W für den Welch-Test und einem Hypothesenpaar R für den Zweistichproben Relevanztest. Das heißt F_i ; $i = 1, \dots, k$ ist definiert als $F_i = \{W_i; R_i\}$ dabei gilt:

$$\begin{aligned} W_i \hat{=} H_0 : \mu_O - \mu_J \leq c_i \text{ vs. } H_1 : \mu_O - \mu_J > c_i \text{ und} \\ R_i \hat{=} H_0 : |\mu_O - \mu_J| \leq \delta_i\sigma \text{ vs. } H_1 : |\mu_O - \mu_J| > \delta_i\sigma \end{aligned}$$

Dabei sind die c_i definiert als $c_1 = 0$; $c_i = \frac{1}{10^{5-i}} \forall i = 2, \dots, k$ und δ_i als $\delta_1 = 0$; $\delta_i = \frac{5}{10^{4-i}} \forall i = 2, \dots, k$. Innerhalb der Familien wird eine Niveauadjustierung nach Bonferroni durchgeführt, d.h. jedes Hypothesenpaar aus F_i wird zum Niveau $\frac{\alpha}{2}$ getestet (Fahrmeir et al., 2007, S. 343).

Die δ_i wurden unter Betrachtung der geschätzten Gesamtstreuung der Werte $\hat{\sigma} = 0,22$ so gewählt, dass die $\delta_i\sigma$ jeweils in derselben Größenordnung liegen, wie c_i . Die c_i wurden so gewählt, dass zunächst getestet wird, ob eine signifikante Erhöhung der Rissbreiten vorliegt. Sollte diese Erhöhung vorliegen, so wird getestet, in welcher Größenordnung diese Erhöhung signifikant ist. Begonnen wird hierbei mit der Auflösung der Wegaufnehmer von $\frac{1}{1000}mm$. Durch die Betrachtung des Relevanztests, wird zusätzlich untersucht, ob

die Änderung der Rissbreiten bezüglich der jeweiligen Größenordnung auch in Abhängigkeit von der Varianz der Werte signifikant ist. Nur wenn beide Nullhypothesen abgelehnt werden, wird die Rissbreitenänderung bezüglich der nächst größeren Zehnerpotenz betrachtet.

Zur Berechnung des Welch-Tests in jeder Familie wurde die R-Funktion *t.test* verwendet. Dabei wurden folgende Einstellungen verschiedener Argumente vorgenommen: *var.equal = FALSE*, für die Verwendung eines Welch-Tests, *alternative = "greater"*, für die Verwendung eines einseitigen Tests und *mu = c_i*, um auf Unterschiede Ungleich 0 zu testen.

Zur Berechnung eines Zweistichproben Relevanztests kann keine bereits in R implementierte Funktion genutzt werden. Hierzu wurden wie in Unterabschnitt 4.3 selbst geschriebene Funktionen verwendet. Zur Berechnung der Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art wurde die Funktion *Fehlerw* (Siehe Listing 2; Seite 49) implementiert, welche die Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art α für gegebene Stichprobengrößen n_1, n_2 sowie gegebenes c_α und δ bestimmt. Um für ein festes Niveau α einen kritischen Wert c_α zu finden, wurde zusätzlich die Funktion *kWert* (Siehe Listing 3; Seite 49) implementiert, welche den kritischen Wert c_α zu einer festgelegten Genauigkeit annähert. Hierbei wird die Monotonie der Fehlerwahrscheinlichkeit in der Variable c_α ausgenutzt: Die Funktion vergleicht, beginnend bei einem Startwert *from* die für diesen Wert mit *Fehlerw* berechnete Fehlerwahrscheinlichkeit mit dem gewünschten Niveau α . Der Startwert wird solange schrittweise um die gewünschte Genauigkeit erhöht, bis die Fehlerwahrscheinlichkeit kleiner ist als das Niveau α . Der so gefundene kritische Wert liefert eine Annäherung zum genauen Wert c_α . Außerdem wurde für die Berechnung der Teststatistik des Zweistichproben Relevanztests nach Unterabschnitt 3.5.2, die Funktion *Teststatr* (Siehe Listing 4; Seite 49) implementiert.

Die betrachteten Hypothesenfamilien werden im Folgendem alle mit Hilfe dieser Funktionen untersucht. Es wird zum Niveau $\alpha = 0.05$ getestet. Somit werden die einzelnen Hypothesentests, nach der Niveauadjustierung nach Bonferroni zum Niveau $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ getestet. Die arithmetischen Mittel der Stichproben betragen $\bar{y} = 0,228$ bzw. $\bar{z} = 0,251$. Zunächst sollen die Ergebnisse der beiden Hypothesentests aus der Familie F_1 betrachtet werden:

Tabelle 7: Testergebnisse auf Rissbreitenerhöhung für $F_1 : c_1 = 0; \delta_1 = 0$

Testverfahren	Teststatistik	Vergleichswert		Niveau α	H_0 verwerfen?
		p-Wert	c_α		
Welch-Test	4,6852	$1,7 * 10^{-5}$	-	0,025	Ja
Relevanz Test	4,7406	-	2,3	0,02494	Ja

Tabelle 7 zeigt, dass beide Nullhypothesen aus F_1 verworfen wurden. Demnach liegt eine signifikante Erhöhung der durch das Modell aus Unterabschnitt 4.4.2 geschätzten mittleren Rissbreiten zwischen Juni und Oktober vor. Da beide Nullhypothesen aus F_1 verworfen wurden, soll nun untersucht werden, in welcher Größenordnung dieser Unterschied liegt. Hierzu wird zunächst in F_2 betrachtet, ob die Erhöhung der Rissbreiten signifikant größer ist als die Messgenauigkeit der Wegaufnahme von $\frac{1}{1000}mm$:

Tabelle 8: Testergebnisse auf Rissbreitenerhöhung für $F_2 : c_1 = \frac{1}{1000}; \delta_1 = 0,05$

Testverfahren	Teststatistik	Vergleichswert		Niveau α	H_0 verwerfen?
		p-Wert	c_α		
Welch-Test	4,4806	$3,24 * 10^{-5}$	-	0,025	Ja
Relevanz Test	4,7406	-	2,343	0,02498	Ja

In Tabelle 8 sind die Testergebnisse aus der Familie F_2 zu sehen. Auch hier werden beide Nullhypothesen verworfen. Das heißt, dass die geschätzten Rissbreiten im Oktober im Mittel um mehr als $\frac{1}{1000}mm$ größer waren als im Juni. Ebenfalls ist die Änderung der geschätzten Rissbreiten signifikant größer als $0,05\sigma$.

Da erneut beide Nullhypothesen verworfen wurden, wird die Familie F_3 betrachtet, welche die Änderung der Rissbreiten bezüglich der Größenordnung $\frac{1}{100}mm$ bzw. $0,5\sigma$ untersucht.

Tabelle 9: Testergebnisse auf Rissbreitenerhöhung für $F_3 : c_1 = \frac{1}{100}; \delta_1 = 0,5$

Testverfahren	Teststatistik	Vergleichswert		Niveau α	H_0 verwerfen?
		p-Wert	c_α		
Welch-Test	2,6391	0,006	-	0,025	Ja
Relevanz Test	4,7406	-	4,075	0,02495	Ja

Betrachtet man Tabelle 9, so ist zu sehen, dass bezüglich dieser Größenordnung, beide

Nullhypothesen verworfen werden. Daher beträgt die Erhöhung der mittleren Rissbreiten signifikant mehr als $\frac{1}{100}mm$ bzw. die Änderung der mittleren Rissbreiten mehr als $0,5\sigma$. Auch hier wird aufgrund der verworfenen Nullhypothesen die nächste Familie F_4 und damit die Größenordnung von $\frac{1}{10}mm$ bzw. 5σ betrachtet.

Tabelle 10: Testergebnisse auf Rissbreitenerhöhung für $F_4 : c_1 = \frac{1}{10}; \delta_1 = 5$

Testverfahren	Teststatistik	Vergleichswert		Niveau α	H_0 verwerfen?
		p-Wert	c_α		
Welch-Test	-15,771	1	-	0,025	Nein
Relevanz Test	4,7406	-	24,497	0,02499	Nein

Tabelle 10 zeigt, dass die Nullhypothesen aus F_4 nicht abgelehnt werden können. Damit kann eine signifikante Änderung der geschätzten mittleren Rissbreiten im Zehntel Millimeterbereich nicht nachgewiesen werden. Da die Nullhypothesen nicht abgelehnt wurden, ist das Testverfahren mit der Familie F_4 abgeschlossen.

Insgesamt konnte nachgewiesen werden, dass die durch das Modell geschätzten mittleren Rissbreiten aus Abbildung 15 im Oktober durchschnittlich um mindestens $\frac{1}{100}mm$ höher sind als im Juni. Das liegt zwar noch nicht im laut Heinrich (2016) alarmierenden Bereich, welcher bei einer Rissbreitenerhöhung von $0,1mm$ erreicht wäre. Dennoch sind bei dauerhaften Rissbreitenerhöhungen im Hundertstel Millimeterbereich, nach Einschätzung der am Forschungsprojekt beteiligten Bauingenieure Drahtbrüche in einzelnen Spannelementen möglich. Auch wenn das angewendete Testverfahren, aufgrund der vorhandenen Schwächen in der Anpassung des betrachteten Modells keinen Nachweis liefert, dass sich die Rissbreiten tatsächlich dauerhaft erhöht haben, sollte die Entwicklung der Rissbreiten weiter verfolgt werden und die Suche nach einer optimalen Modellierung der Daten fortgesetzt werden.

4.6 Fazit und Ausblick

Betrachtet man die verschiedenen angepassten Modelle der vorausgegangenen Abschnitte, so ist festzuhalten, dass bezüglich der Zielsetzung in dieser Arbeit keine optimale Anpassung eines Modells an die vorhandenen Daten gelungen ist. Dennoch konnte im Vergleich zu den ersten Modellanpassungen aus Unterabschnitt 4.2 eine deutliche Verbesserung der Anpassung erzielt werden, sowohl im Hinblick auf die Anpassungsgüte,

als auch die Interpretierbarkeit bezüglich der Zielsetzung.

Es ist festzuhalten, dass die Anpassung eines Modells über alle vorliegenden Daten vor allem bezüglich der Interpretierbarkeit die beste Methode der Modellanpassung ist, da so Änderungen direkt aus dem Modell entnommen werden können, und nicht mehrere Modelle verglichen werden müssen. Darüber hinaus wurde festgestellt, dass ein Kriging Modell für die Modellierung der Daten nicht geeignet ist. Zum einen da die Modellierung der Abhängigkeiten zwischen den verschiedenen Beobachtungen für die gegebene Situation ungünstig ist, zum anderen ist eine Anpassung über längere Zeiträume aufgrund der Komplexität des Kriging Modells nicht praktikabel.

Die hinsichtlich der Zielsetzung besten Modelle, waren diejenigen aus Unterabschnitt 4.4, welche die verschiedenen Tage als Einflussvariable berücksichtigten. Hier ließ sich ebenfalls eine signifikante Erhöhung der geschätzten mittleren Rissbreiten zwischen Juni und Oktober feststellen. Jedoch ist auch in diesen Modellen eine Struktur in den Residuen erkennbar und, die in Unterabschnitt 4.5 zur Inferenz genutzten, geschätzten Rissbreiten sind nicht eindeutig temperaturunabhängig. Deshalb sollte weiter nach einer optimalen Anpassung gesucht werden. Das Testergebnis bestärkt hierbei lediglich die Relevanz der Suche eines solchen Modells, da das bisher beste Modell eine Erhöhung der Rissbreiten und somit einen möglichen Ausfall von Spannelementen als realistisch einstuft.

Mögliche Modellanpassungen für die Zukunft könnten z.B. darin bestehen, den Ansatz aus Unterabschnitt 4.4 weiterzuentwickeln. So könnte zusätzlich zur Faktorvariable Tage, die Durchschnittstemperatur eines bestimmten Zeitintervalls vor der Messung (z.B. 24h), betrachtet werden. So könnten die beiden Ansätze aus Unterabschnitt 4.4 verknüpft und gegebenenfalls verbessert werden. Ein Problem bezüglich der Anpassung linearer Regressionsmodelle bleibt jedoch bestehen: Die lineare Regression nimmt stochastische Unabhängigkeit zwischen den Beobachtungen an, welche zumindest bezüglich der Zeit nicht gegeben ist, da Beton, wie jedes Material mit einer gewissen Trägheit behaftet ist. Sodass sich die Rissbreite kontinuierlich verändert und nicht von einer Messung zur nächsten springt.

Um dieses Problem zu beheben, wäre es optimal, ein Modell zu finden, welches Abhängigkeiten der Beobachtungen über die Zeit modelliert und gleichzeitig weniger rechenaufwendig als das Kriging Modell ist, um auch eine Anpassung über längere Zeiträume möglich zu machen. In jedem Fall sollte das Brückenmonitoring fortgesetzt werden, da durch die Ergebnisse dieser Arbeit eine dauerhafte Erhöhung der Rissbreiten als möglich erachtet werden kann.

5 Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es, den Temperatureffekt, welcher bei einem Rissbreitenmonitoring einer Brücke auf der Wittener Straße in Bochum zu beobachten ist, mit Hilfe der Anpassung von statistischen Modellen zu eliminieren. Hierdurch sollte möglich gemacht werden, dauerhafte Erhöhungen der gemessenen Rissbreiten, welche auf Drahtbrüche im Spannbeton der Brücke hindeuten, erkennbar zu machen.

Im Zuge dieser Zielsetzung wurden die Messungen eines Wegaufnehmers an der Brücke betrachtet. Hierbei lagen für ein 5 Minuten Intervall jeweils ein Messwert der Rissbreite und drei Temperaturmesswerte an verschiedenen Messstellen vor. Betrachtet wurden die Monate Juni und Oktober 2016. Es wurden mehrere statistische Modelle verglichen, zum einen die lineare Regression, zum anderen das Kriging Modell. Es stellte sich heraus, dass bezüglich der Interpretierbarkeit der Ergebnisse, die Anpassung eines Modells über die gesamten vorliegenden Daten am geeignetsten ist. Die Anpassungen verschiedener Modelle über einzelne Tage oder Monate lieferten keine interpretierbaren Ergebnisse. Das bezüglich der Anpassung beste betrachtete Modell, welches interpretierbare Ergebnisse lieferte, betrachtete neben funktionalen Zusammenhängen zwischen Temperatur und Rissbreite, ebenfalls den Tag der Beobachtung als diskrete Einflussgröße. So konnte durch das Modell für jeden Tag eine mittlere Rissbreite geschätzt werden. Diese geschätzten Rissbreiten wurden dahingehend überprüft, ob sich die Werte zwischen Juni und Oktober verändert haben. Hierbei wurde eine signifikante Erhöhung der geschätzten Rissbreiten im hundertstel Millimeterbereich festgestellt. Eine solche Erhöhung könnte durchaus die Folge von Drahtbrüchen in einzelnen Spannelementen der Brücke sein.

Da die Anpassung des untersuchten Modells noch nicht optimal ist und die Temperaturunabhängigkeit der betrachteten, geschätzten Rissbreiten weiter kritisch zu sehen ist, wird empfohlen, nach einer besser geeigneten Modellanpassung zu suchen. Hierzu könnte der beschriebene Ansatz, welcher die besten Ergebnisse in dieser Arbeit lieferte, weiterentwickelt werden. Alternativ könnte auf eine Modellklasse zurückgegriffen werden, welche Abhängigkeiten zwischen Beobachtungen modelliert und bezüglich Rechenzeit und Interpretierbarkeit praktikabler ist als das hier betrachtete Kriging Modell.

Insgesamt sollte das Brückenmonitoring auf jeden Fall weiter beobachtet werden, da diese Arbeit, zwar keine Drahtbrüche in den Spannelementen der Brücke belegen kann, die Betrachtung der Ergebnisse jedoch die Möglichkeit eines Vorkommens solcher bestärkt.

Zusätzliche Grafiken

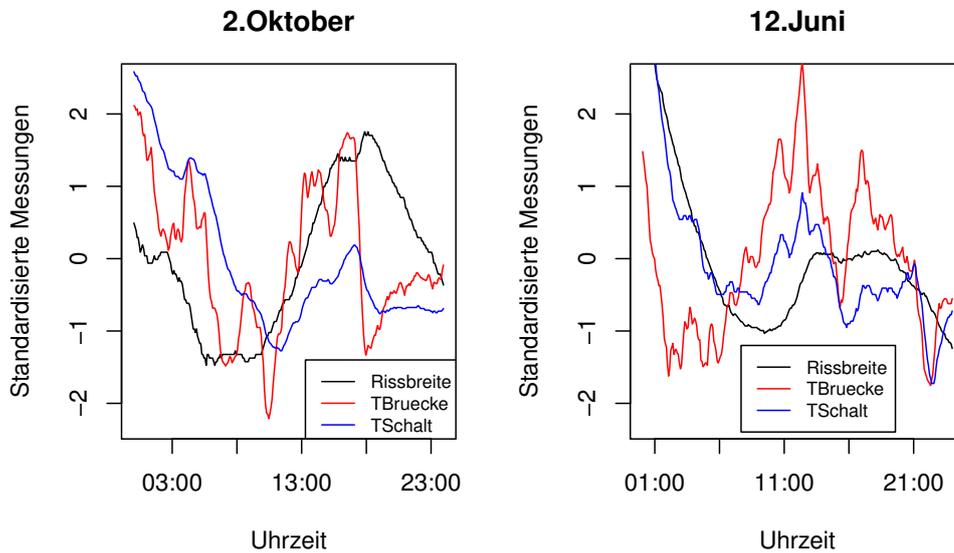


Abbildung 16: Standardisierte Rissbreiten und Temperaturmessungen einzelner Tage mit ungewöhnlichen Verläufen (2.10. und 12.6.)

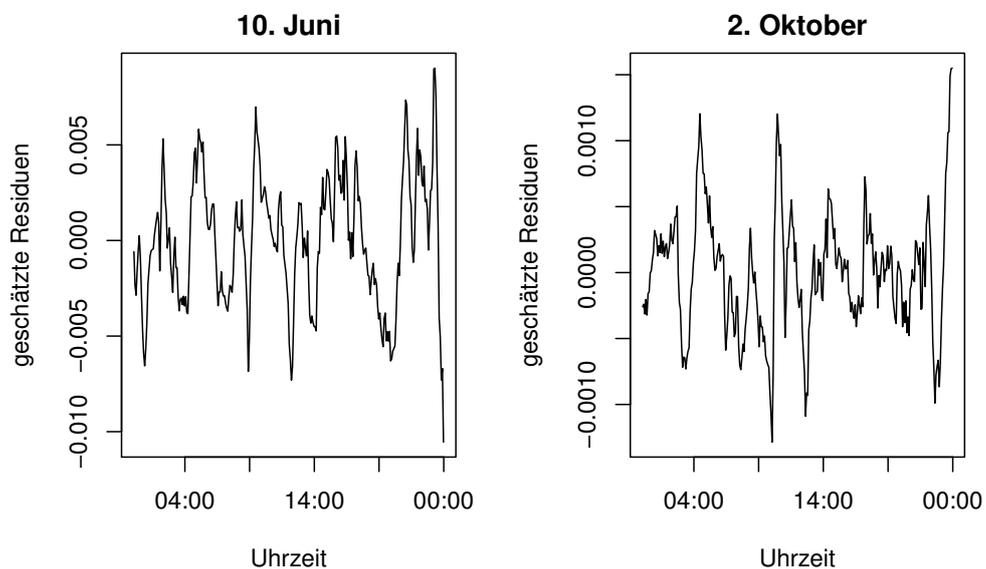


Abbildung 17: Zeitreihe der Residuen der linearen Regressionsmodelle für den 10.6. und den 2.10.

Programmcode

Verwendete Funktionen, die nicht in R oder R-Paketen enthalten sind:

Listing 1: R-Funktion Vorwaertsm zur Variablenselektion über mehrere Modelle

```
Vorwaertsm<-function(y,E,k=2){
  AIC<-numeric()
  for(i in 1:length(y)){
    mod <- lm(y[[i]]~1,data=E[[i]])
    AIC[i] <- AIC(mod,k=k)
  }
  AIC<-median(AIC)
  v<-NULL
  for(i in 1:(ncol(E[[1]]))){
    c <- 1:ncol(E[[1]])
    c <- c[! c%in%v]
    AICmods <- matrix(ncol=length(c), nrow=length(y))
    for(j in 1:length(c)){
      for(l in 1:length(y)){
        mod<-lm(y[[l]]~.,data=data.frame(E[[l]][,c(v,c[j])]))
        AICmods[l,j]<-AIC(mod,k=k)
      }
    }
    AICm<-numeric()
    for(i in 1:length(c)){
      AICm[i]<-median(AICmods[,i])
    }
    if(min(AICm)<AIC){
      AIC<-min(AICm)
      v<-c(v,c[which(AICm==min(AICm))])
    }
    else{return(list(Variablen=v,AIC=AIC))}
  }
  return(list(Variablen=v,AIC=AIC))
}
```

Listing 2: R-Funktion Fehlerw zur Berechnung der Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art für Zweistichproben Relevanztests

```
Fehlerw<-function(x,n1=30,n2=31,delta=0){
  K<-sqrt((n1*n2)/(n1+n2))
  1-pt(x,n1+n2-2,K*delta)+pt(-x,n1+n2-2,K*delta)
}
```

Listing 3: R-Funktion kWert zur Berechnung eines kritischen Wertes für Zweistichproben Relevanztests

```
kWert<-function(alpha,from=0,by=0.001,n1=30,n2=31,delta=0){
  c<-from
  repeat{
    Fw<-Fehlerw(c,n1=n2,n2=n2,delta=delta)
    if(Fw<=alpha){
      return(list(c=c,Fw=Fw))
    }
    else{c<-c+by}
  }
}
```

Listing 4: R-Funktion Teststatr zur Berechnung der Teststatistik für Zweistichproben Relevanztests

```
Teststatr<-function(x,y){
  n1<-length(x)
  n2<-length(y)
  K<-sqrt((n1*n2)/(n1+n2))
  s<-sqrt(((n1-1)*var(x)+(n2-1)*var(y))/(n1+n2-2))
  teststat<-K*(abs(mean(x)-mean(y))/s)
  return(teststat)
}
```

Literatur

- Dimitrenko, A., Tamhane, A. (2007). Gatekeeping procedures with clinical trial applications. *Pharmaceut. Statist.* 2007, 6: 171-180.
- Fahrmeir, L., Kneib, T. und Lang, S. (2007). *Regression: Modelle, Methoden und Anwendungen*. Springer, Berlin Heidelberg.
- Friedman, D. A. (2009). *Statistical Models: Theory and Practice*. Cambridge University Press, New York.
- Groß, J. (2010). *Grundlegende Statistik mit R*. Vieweg Teubner, Wiesbaden.
- Hartung, J., Elpelt, B., Klöser, K. H. (1993). *Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik*. Oldenbourg, München, Wien.
- James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R. (2013). *An Introduction to Statistical Learning with Applications in R*. Springer-Verlag, New York.
- Heinrich, J. (2016). *Ergebnisse aus dem Rissmonitoring*. König und Heunisch Planungsgesellschaft. (unveröffentlicht)
- Holst, K. H. (1998). *Brücken aus Stahlbeton und Spannbeton*. Ernst&Sohn, Berlin.
- König und Heunisch Planungsgesellschaft (2016). *Bochum BW 179 UF d. Wittener Straße Brücke über den Sheffield Ring (L 705)*. (unveröffentlicht)
- Müller, C., Denecke, L. (2013). *Stochastik in den Ingenieurwissenschaften Eine Einführung mit R*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg.
- R Core Team (2015). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
- Roustant, O., Ginsbourger, D., Deville, Y. (2012). DiceKriging, DiceOptim: Two R Packages for the Analysis of Computer Experiments by Kriging-Based Metamodeling and Optimization. *Journal of Statistical Software*, 51(1), 1-55. URL <http://www.jstatsoft.org/v51/i01/>.

Eidesstattliche Versicherung

Thunick, Oliver

165915

Name, Vorname

Matr.-Nr.

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit/~~Masterarbeit~~ mit dem Titel

Eliminierung des Temperatureffekts bei Brücken-
monitoringdaten - Vergleich zwischen linearer
Regression und Kriging-Modellen

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Bergkamen, 05.03.2017

O. Thunick

Ort, Datum

Unterschrift

*Nichtzutreffendes bitte streichen

Belehrung:

Wer vorsätzlich gegen eine die Täuschung über Prüfungsleistungen betreffende Regelung einer Hochschulprüfungsordnung verstößt, handelt ordnungswidrig. Die Ordnungswidrigkeit kann mit einer Geldbuße von bis zu 50.000,00 € geahndet werden. Zuständige Verwaltungsbehörde für die Verfolgung und Ahndung von Ordnungswidrigkeiten ist der Kanzler/die Kanzlerin der Technischen Universität Dortmund. Im Falle eines mehrfachen oder sonstigen schwerwiegenden Täuschungsversuches kann der Prüfling zudem exmatrikuliert werden. (§ 63 Abs. 5 Hochschulgesetz - HG -)

Die Abgabe einer falschen Versicherung an Eides statt wird mit Freiheitsstrafe bis zu 3 Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Die Technische Universität Dortmund wird gfls. elektronische Vergleichswerkzeuge (wie z.B. die Software „turnitin“) zur Überprüfung von Ordnungswidrigkeiten in Prüfungsverfahren nutzen.

Die oben stehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen:

Bergkamen, 05.03.17

O. Thunick

Ort, Datum

Unterschrift